

Electrónica de Potencia

Teoría y Aplicaciones

José Manuel Benavent Garcia
Antonio Abellán Garcia
Emilio Figüeres Amorós

 Alfaomega

 UNIVERSITAT
DE VALÈNCIA

PRÓLOGO

La industria moderna se mueve gracias a la energía eléctrica. Esta energía, que llega a las industrias a través de la red trifásica, necesita ser modificada convenientemente para adaptarse a las necesidades de las diferentes aplicaciones. Tradicionalmente, la electrotecnia ha aportado soluciones para realizar la conversión de la energía eléctrica que, en su mayoría, resultan voluminosas, de elevado coste y bajo rendimiento. Afortunadamente, el gran desarrollo experimentado por los dispositivos semiconductores de potencia en las últimas décadas, ha permitido desarrollar convertidores electrónicos mucho menos voluminosos y caros, y de un elevado rendimiento.

Actualmente, la electrónica de potencia, dedicada al estudio de los convertidores electrónicos, es una de las especialidades electrónicas de mayor auge y dinamismo. Constantemente están desarrollándose nuevas topologías y métodos de control para los convertidores electrónicos mejorando sus prestaciones.

Los autores, al escribir este libro, hemos pretendido realizar un texto que dé a conocer al lector los diferentes convertidores electrónicos habituales en la industria, proporcionándole, a través del texto y las diferentes figuras, el soporte necesario para comprender su funcionamiento. Asimismo, se han propuesto una serie de ejercicios que permitirán al lector adiestrarse en la realización de los cálculos necesarios para el diseño de estos convertidores.

El contenido del libro se ha organizado en cinco capítulos. En el capítulo 1 se realiza una introducción a la electrónica de potencia, analizándose el comportamiento de los circuitos básicos. En los capítulos 2 y 3 se estudian, respectivamente, los rectificadores no controlados y controlados, en el capítulo 4 los reguladores de corriente alterna y, en el capítulo 5, los inversores. Asimismo se han incluido dos apéndices. En el primero se realiza un repaso de algunos de los conceptos básicos necesarios para la comprensión de los diferentes convertidores. En el segundo se realiza una introducción a una de las aplicaciones más frecuentes en electrónica de potencia, el control de motores DC.

Los Autores.

ÍNDICE

CAPÍTULO 1. Introducción a la electrónica de potencia.

1.1. Introducción.....	7
1.2. La electrónica de potencia frente a la electrotecnia clásica	9
1.3. Estructura de los sistemas electrónicos de potencia.....	9
1.3.1. Tipos de convertidores.....	11
1.4. Diseño de equipos electrónicos de potencia.....	12
1.5. Circuitos básicos de la electrónica de potencia	13
1.5.1. Circuitos con carga R-C	13
1.5.2. Circuitos con carga R-L	17
1.5.3. Circuitos con carga L-C	20
1.5.4. Circuitos con carga R-L-C.....	22

CAPÍTULO 2. Rectificadores no controlados.

2.1. Introducción.....	27
2.2. Parámetros de funcionamiento	29
2.3. Rectificadores monofásicos de media onda.....	31
2.3.1. Carga resistiva R.....	31
2.3.2. Carga inductiva R-L.....	36
2.3.3. Carga con una fuerza contraelectromotriz E_d	41
2.4. Rectificadores monofásicos de onda completa	44
2.4.1. Rectificadores monofásicos de onda completa con transformador de toma intermedia	44
2.4.2. Rectificadores monofásicos en puente	46
2.5. Efectos de la inductancia de fuente (L_S) en la conmutación de corriente	52
2.5.1. Rectificador de media onda con diodo volante, $i_d=I_d=ccte$	52
2.5.2. Rectificador de onda completa en puente, $i_d=I_d=ccte$	57
2.5.3. Rectificador de onda completa en puente, $v_d=V_d=ccte$	62
2.6. Rectificador trifásico de media onda	66
2.7. Rectificador trifásico en puente completo.....	69
2.7.1. Efectos de L_S en la conmutación de corriente.....	73
2.7.2. Tensión constante en la carga, $v_d=V_d=ccte$	76
2.8. Comparación de rectificadores monofásicos y trifásicos	79

UNIVERSIDAD DE BURGOS

CAPÍTULO 3. Rectificadores controlados.

3.1. Introducción.....	81
3.2. Principio de operación de un rectificador controlado.....	83
3.2.1. Rectificador controlado de media onda.....	84
3.2.2. Control de los tiristores.....	89
3.3. Rectificadores monofásicos totalmente controlados.....	90
3.3.1. Funcionamiento idealizado con $L_s=0$ e $i_d=I_d=cte$	90
3.3.2. Efectos de L_s	95
3.3.3. Rectificadores reales (carga R-L-E).....	98
3.3.4. Funcionamiento como inversor.....	100
3.4. Rectificadores trifásicos totalmente controlados.....	105
3.4.1. Funcionamiento idealizado con $L_s=0$ e $i_d=I_d=cte$	106
3.4.2. Efectos de L_s	113
3.4.3. Funcionamiento como inversor.....	116

CAPÍTULO 4. Reguladores de corriente alterna.

4.1. Introducción.....	121
4.2. Principio de control todo-nada. Regulador monofásico con carga resistiva.....	123
4.3. Regulador monofásico unidireccional. Principio de control de fase. Carga resistiva.....	126
4.4. Regulador monofásico bidireccional. Carga resistiva.....	129
4.5. Regulador monofásico bidireccional. Carga inductiva.....	132
4.6. Regulador trifásico unidireccional.....	137
4.6.1. Carga resistiva. Conexión estrella.....	137
4.6.2. Carga resistiva. Conexión triángulo.....	144
4.7. Regulador trifásico bidireccional.....	146
4.7.1. Carga resistiva. Conexión estrella.....	146
4.7.2. Carga resistiva. Conexión triángulo.....	151

CAPÍTULO 5. Inversores.

5.1. Introducción.....	155
5.2. Principio de funcionamiento. Inversor monofásico de medio puente con modulación de onda cuadrada y alimentado por fuente de tensión (VSI).....	158
5.3. Inversor monofásico en puente con modulación de onda cuadrada.....	161
5.4. Técnica de modulación por cancelación de tensión.....	163

5.5. Esquema del PWM (modulación en ancho de pulso). Inversor monofásico de medio puente.....	165
5.6. Inversor monofásico en puente (PWM)	172
5.6.1. PWM con conmutación de tensión bipolar.....	172
5.6.2. PWM con conmutación de tensión unipolar.....	174
5.7. Inversor monofásico con eliminación de armónicos programada	177
5.8. Inversores trifásicos (VSI).....	178
5.8.1. Modulación de onda cuadrada. 180° de conducción	179
5.8.2. Modulación de onda cuadrada. 120° de conducción	183
5.8.3. Modulación de ancho de pulso	186
5.9. Inversores alimentados por fuente de corriente (CSD).....	188

APÉNDICE 1. Conceptos básicos en circuitos eléctricos.

A1.1. Introducción.....	191
A1.2. Magnitudes fundamentales en funciones periódicas	191
A1.3. Componentes pasivos	194
A1.3.1. La bobina.....	194
A1.3.2. El condensador	196
A1.4. Circuitos con formas de onda senoidales	198
A1.5. Circuitos con formas de onda periódicas no senoidales	205

APÉNDICE 2. Control de motores DC.

A2.1. Introducción.....	209
A2.1.1. Características generales del motor DC.....	210
A2.1.2. Reversibilidad.....	213
A2.2. Convertidores electrónicos para el control de motores DC	215
A2.2.1. Rectificador a tiristores.....	215
A2.2.2. Choppers o troceadores	217
A2.3. Modelización de convertidores y del motor DC.....	221
A2.3.1. Función de transferencia del convertidor.....	222
A2.3.2. Modelización del motor DC	225
A2.4. Estructuras de regulación.....	227
A2.4.1. Cálculo del regulador de corriente	228
A2.4.2. Cálculo del regulador de velocidad.....	232
A2.4.3. Regulación de posición	233

BIBLIOGRAFÍA	235
---------------------------	------------

BIBLIOTECA UIS

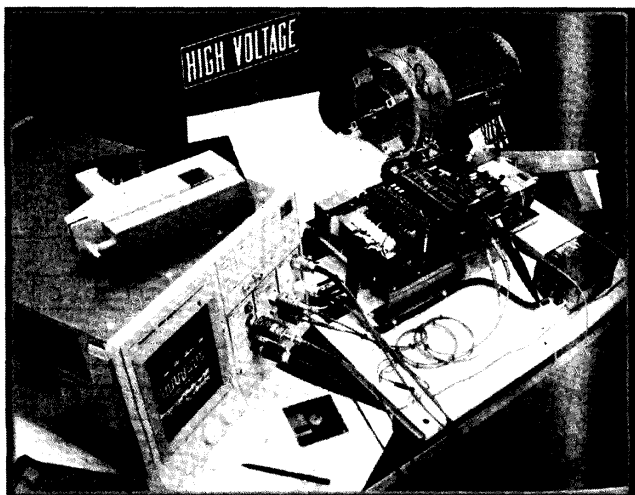
CAPÍTULO



INTRODUCCIÓN A LA ELECTRÓNICA DE POTENCIA

1.1. INTRODUCCIÓN

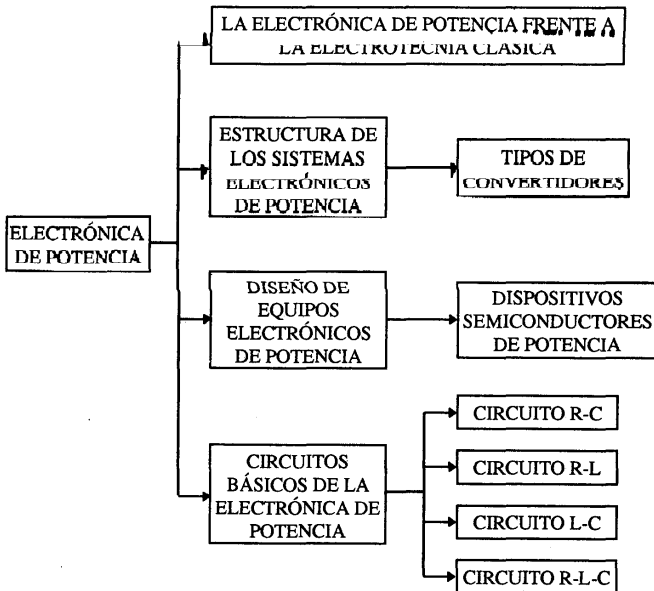
En la industria moderna nos encontramos con dos necesidades fundamentales que deben ser atendidas por la ingeniería electrónica. Por una parte se requiere disponer de sistemas electrónicos que nos permitan realizar la conversión entre las diferentes formas en las que se maneja la energía eléctrica y, por otra, son necesarios sistemas electrónicos que permitan controlar los procesos industriales en los que se utiliza esta energía. La electrónica de potencia será aquella parte de la electrónica encargada del control y la conversión de la energía eléctrica.



BIBLIOTECA UIS

Como ejemplo de aplicación de la electrónica de potencia podemos pensar en una de las necesidades más frecuentes de la industria, el control de la velocidad de un motor de corriente alterna. Para realizar este control normalmente se recurre a variar la frecuencia de la tensión con que se alimenta el motor. Puesto que la energía eléctrica disponible en la red es de frecuencia fija, necesitamos disponer de un sistema electrónico que nos permita realizar la conversión de la energía eléctrica de la red a frecuencia variable y, además, que realice el control de esta frecuencia de forma que nos permita regular la velocidad del motor según las necesidades del proceso.

En el presente capítulo se pretende que el lector adquiera los conceptos básicos de la electrónica de potencia que le permitirán, en posteriores temas, asimilar con facilidad el funcionamiento de los diferentes tipos de convertidores. La estructura que se seguirá en este tema queda reflejada en el siguiente esquema:



1.2. LA ELECTRÓNICA DE POTENCIA FRENTE A LA ELECTROTECNIA CLÁSICA

Pese a que los procesos de conversión y control de la energía eléctrica pueden ser realizados por la electrotecnia clásica, lo cierto es que cada vez más se está imponiendo la utilización de las soluciones aportadas por la electrónica de potencia. Esto se debe a que las ventajas aportadas por la electrónica superan con creces a los inconvenientes, los cuales, además, cada vez son menores debido al constante desarrollo de técnicas y componentes en el campo de la electrónica de potencia. A continuación se indican las ventajas e inconvenientes de la electrónica de potencia respecto a la electrotecnia clásica en el actual estado de la técnica.

VENTAJAS:

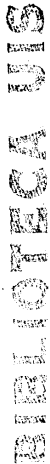
- Mejores características eléctricas (rapidez, etc...).
- Mayor fiabilidad y duración.
- Carencia casi total de mantenimiento (no existen partes móviles).
- Ausencia de vibraciones.
- No hay arco eléctrico, evitándose así inconvenientes tales como el desgaste de contactos, generación de ruido electromagnético, etc.

INCONVENIENTES:

- Menor robustez eléctrica, es decir, menor capacidad para soportar sobretensiones y sobreintensidades.
- Algunos montajes son más caros. Este inconveniente cada vez lo es menos, debido al avance en la fabricación de semiconductores de potencia.

1.3. ESTRUCTURA DE LOS SISTEMAS ELECTRÓNICOS DE POTENCIA

Todos los sistemas electrónicos de potencia presentan una estructura básica similar formada por tres bloques: el circuito de potencia, el circuito de disparo y bloqueo y el circuito de control, tal y como se muestra en la figura 1.1.



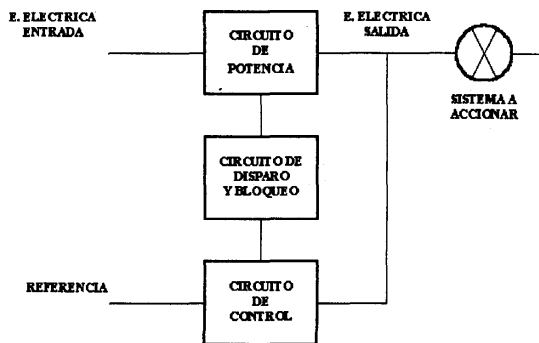


Fig. 1.1. Estructura básica de un sistema electrónico de potencia

El circuito de potencia comprende los dispositivos semiconductores de potencia agrupados formando las diferentes topologías correspondientes a cada tipo de convertidor. Los circuitos de potencia son los encargados de *actuar* sobre la energía eléctrica presente a la entrada del sistema para convertirla en la energía eléctrica, con la forma deseada, disponible en la salida.

El circuito de control se encarga de, como su nombre indica, controlar el proceso de conversión de la energía. Este control se realiza comparando la salida del sistema con la salida deseada y, a partir del resultado, generando las señales necesarias para disparar y bloquear los semiconductores de potencia de forma adecuada.

Los circuitos de disparo y bloqueo se encargan de dar a las señales provenientes de los circuitos de control los niveles de tensión y corriente adecuados para poder disparar y bloquear los semiconductores de potencia, además de proporcionar el aislamiento galvánico necesario entre la etapa de potencia y la de control.

1.3.1. Tipos de convertidores

Los sistemas electrónicos de potencia se suelen clasificar según el tipo de conversión de energía eléctrica que realizan. Así nos encontramos con los siguientes tipos de convertidores:

RECTIFICADORES

Son convertidores de corriente alterna a corriente continua, siendo algunas de sus aplicaciones las siguientes:

- Alimentación de equipos electrónicos.
- Control de motores de C.C. (trenes de laminación y papeleras...).
- Transporte (ferrocarril...).
- Para transporte de energía en C.C. y alta tensión.

REGULADORES DE CORRIENTE ALTERNA

Convierten una tensión alterna de una determinada frecuencia y amplitud en una tensión alterna de amplitud variable y la misma frecuencia. Algunas de sus aplicaciones son:

- Calentamiento industrial (hornos de revenido).
- Control del nivel de iluminación.
- Control de velocidad de los motores de inducción.

INVERSORES

Son convertidores de corriente continua a corriente alterna. Posibles aplicaciones son:

- Conversión de D.C. a A.C. en el terminal receptor de las líneas de transporte de D.C.
- Accionadores de motores de C.A. en todo tipo de aplicaciones industriales.
- Suministros de aeronaves.
- Calentamiento por inducción.

TROCEADORES O CHOPPERS

Convierten una tensión continua en otra de amplitud variable.

- Alimentación y control de motores de C.C. a partir de baterías.
- Automóviles y demás vehículos eléctricos.

1.4. DISEÑO DE EQUIPOS ELECTRÓNICOS DE POTENCIA

En el diseño del convertidor electrónico es importante considerar el semiconductor de potencia disponible y sus características. La elección del semiconductor dependerá de la aplicación.

Algunas de las propiedades del semiconductor y cómo afectan éstas en el proceso de selección, se enumeran a continuación:

1. Caída de tensión en conducción, que determina las pérdidas en conducción.
2. Tiempos de conmutación, que determinan las pérdidas en conmutación y la frecuencia de operación máxima.
3. Valores de tensión y corriente máximos que soporta el semiconductor, que determinan la capacidad de manejo de potencia.
4. La potencia requerida para el control del semiconductor (disparo y bloqueo), que determina la facilidad de control del dispositivo.
5. Coste del dispositivo, que es un factor muy importante en la selección.
6. Coeficiente de temperatura de la resistencia en ON del dispositivo, que determina la facilidad de conexión en paralelo para manejar grandes corrientes.

Mediante la siguiente tabla se puede obtener una orientación a la hora de seleccionar el semiconductor de potencia.

DISPOSITIVO	CAPACIDAD DE MANEJO DE POTENCIA	VELOCIDAD DE CONMUTACIÓN
BJT	MEDIA	MEDIA
MOSFET	BAJA	RÁPIDA
TRISTOR	ALTA	LENTA
IGBT	MEDIA	MEDIA

1.5. CIRCUITOS BÁSICOS DE LA ELECTRÓNICA DE POTENCIA

Cuando realicemos el estudio del funcionamiento de los circuitos de potencia de un convertidor, nos encontraremos con que éste está formado por una serie de semiconductores trabajando en conmutación, cada uno con sus propias características, y la asociación serie/paralelo de resistencias R , bobinas L y condensadores C . Es por esto, que para poder realizar el análisis de los diferentes tipos de convertidores va a ser necesario conocer el comportamiento de estos circuitos básicos formados por resistencias, bobinas y condensadores.

En los siguientes apartados se realizará el estudio del comportamiento de estos circuitos considerando todos los elementos semiconductores ideales.

1.5.1. Circuitos con carga R-C

En la figura 1.2 tenemos el esquema básico de un circuito con carga R-C. En este circuito tenemos una fuente de tensión V_s que al cerrarse el interruptor ideal $S1$ queda aplicada sobre la carga, la cual está formada por la asociación serie de una resistencia R y un condensador C . Sobre este circuito vamos a analizar lo que sucede cuando se cierra el interruptor $S1$.

A partir del instante $t = 0$, en el que $S1$ se cierra, tenemos una malla formada por la fuente de tensión V_s , la resistencia R y el condensador C . Por lo tanto, a partir de este instante deberá cumplirse que la suma de la tensión en la resistencia y en el condensador es igual a la tensión de la fuente.

$$V_s = v_R + v_C \quad (1.1)$$

Sustituyendo en la expresión (1.1) la tensión en la resistencia y condensador por sus expresiones en función de la corriente nos quedará:

$$V_s = R \cdot i + \frac{1}{C} \cdot \int i \cdot dt + v_C(t=0) \quad (1.2)$$

donde $v_C(t=0)$ es la tensión del condensador en el instante inicial: Por lo tanto, si suponemos que el condensador está descargado en el momento de cerrar el interruptor $S1$, la expresión (1.2) la podremos dejar como:

$$V_s = (R \cdot i) + \frac{1}{C} \cdot \int i \cdot dt \quad (1.3)$$

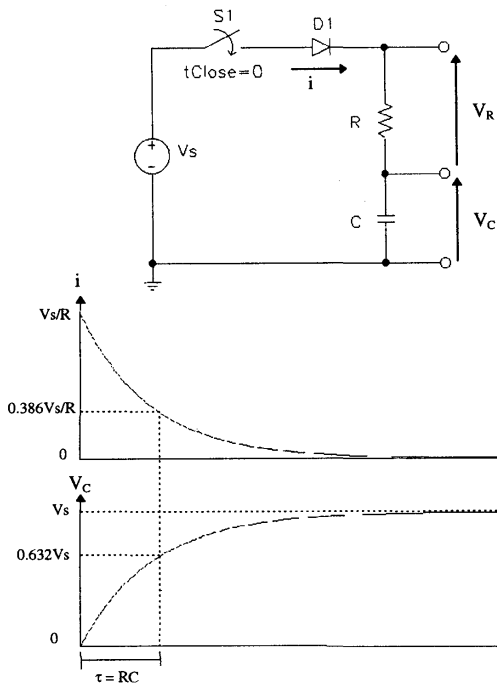


Fig. 1.2. Circuito con carga R-C

Aplicando LAPLACE a la expresión obtenida en (1.3) nos quedará la ecuación (1.4) de la cual se puede despejar $I(s)$ obteniendo la ecuación (1.5).

$$\frac{V_s}{s} = R \cdot I(s) + \frac{1}{C} \cdot \frac{I(s)}{s} \quad (1.4)$$

$$I(s) = \frac{V_s/s}{R + 1/C \cdot s} = \frac{V_s}{R} \cdot \frac{1}{s + 1/R \cdot C} \quad (1.5)$$

Si ahora se aplica la antitransformada de LAPLACE a la expresión (1.5) obtenemos la expresión temporal de la corriente en el circuito:

$$i = \frac{V_s}{R} \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \quad (1.6)$$

A partir de la expresión temporal de la corriente se obtienen las expresiones temporales de la tensión en la resistencia y en el condensador de la siguiente forma:

$$v_R = R \cdot i = V_s \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \quad (1.7)$$

$$v_C = V_s - v_R = V_s \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \quad (1.8)$$

Como se puede ver en las expresiones anteriores, la corriente adquiere su valor máximo (V_s / R) en el instante inicial y, a partir de ese instante, decrece exponencialmente hasta hacerse cero en $t = \infty$. Así mismo, la tensión en la resistencia tiene su máximo (V_s) en ese mismo instante inicial, decreciendo exponencialmente hasta hacerse cero en $t = \infty$. En cambio la tensión en el condensador parte de cero y crece exponencialmente hasta alcanzar el valor V_s en $t = \infty$.

Se denomina constante de tiempo de carga del circuito R-C (τ) al producto de la resistencia por la capacidad, $\tau = RC$. Corresponde al tiempo que sería necesario para cargar el condensador a la tensión V_s en el caso de que la pendiente en el origen de la tensión en el condensador se mantuviera constante.

$$\frac{dv_C}{dt} = \frac{V_s}{R \cdot C} \cdot e^{-t/RC} \quad (1.9)$$

$$\left. \frac{dv_C}{dt} \right|_{t=0} = \frac{V_s}{R \cdot C} \quad (1.10)$$

$$\frac{V_s}{R \cdot C} \cdot t = V_s \rightarrow t = R \cdot C \quad (1.11)$$

Realmente en un tiempo $t = RC$ el condensador adquiere el 63.2% de su tensión final:

$$v_C = V_S \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) \rightarrow t = R \cdot C \rightarrow v_C = 0.632 \cdot V_S \quad (1.12)$$

Se suele tomar $5\tau = 5RC$ como el tiempo necesario para que el condensador alcance su tensión final. Realmente tendremos:

$$v_C = V_S \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) \rightarrow t = 5 \cdot R \cdot C \rightarrow v_C = 0.993 \cdot V_S \quad (1.13)$$

EJERCICIO 1.1.

Tenemos un circuito R-C como el de la figura 1.2 donde $V_S = 100V$, $R = 1k\Omega$ y $C = 1\mu F$. Suponiendo que el condensador está inicialmente descargado, calcular:

- La corriente y la tensión en la resistencia y en el condensador, en el instante inicial y cuando hayan transcurrido 1ms y 5 ms desde el cierre del interruptor.
- La energía almacenada en el condensador y la disipada en la resistencia al finalizar el proceso.

EJERCICIO 1.2.

En el circuito de la figura 1.2 obtener las expresiones temporales de la corriente, tensión en la resistencia y tensión en el condensador, si la tensión inicial en el condensador es distinta de cero.

EJERCICIO 1.3.

Obtener las expresiones temporales de la corriente, tensión en la resistencia y en el condensador, si $V_S = 0V$ y la tensión inicial en el condensador es V_C (ignorar el diodo D1).

1.5.2. Circuitos con carga R-L

En la figura 1.3 tenemos el esquema básico de un circuito R-L sobre el que vamos a realizar un análisis similar al realizado para el circuito con carga R-C.

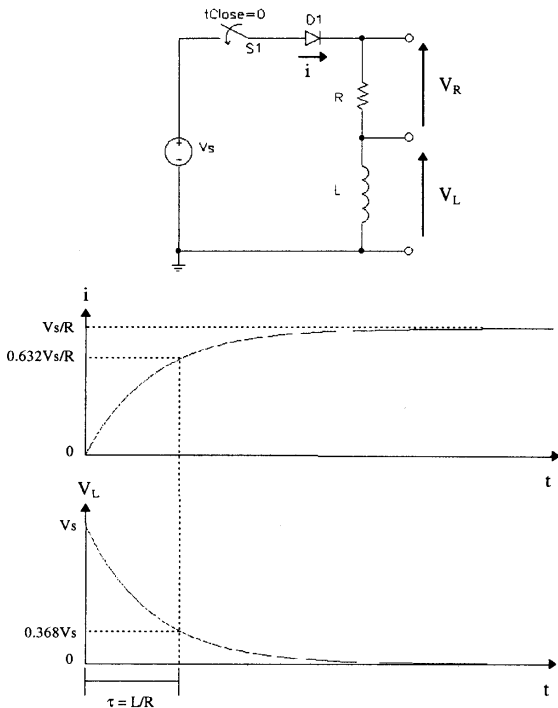


Fig. 1.3. Circuito con carga R-L

A partir del instante $t = 0$, en el que S1 se cierra, tenemos una malla formada por la fuente de tensión V_s , la resistencia R y la bobina L . Por lo tanto, a partir de este instante deberá cumplirse que la suma de la tensión en la resistencia y en el condensador es igual a la tensión de la fuente.

$$V_s = v_R + v_L \quad (1.14)$$

Sustituyendo en la expresión (1.14) la tensión en la resistencia y bobina por sus expresiones en función de la corriente y suponiendo que la corriente inicial en la bobina es cero nos quedará:

$$V_s = v_R + v_L = R \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt} \dots \rightarrow \text{si } i(t=0) = 0 \quad (1.15)$$

Aplicando LAPLACE en la expresión (1.15) obtenemos la siguiente:

$$\frac{V_s}{s} = R \cdot I(s) + L \cdot s \cdot I(s) \quad (1.16)$$

y operando:

$$I(s) = \frac{V_s/s}{R + L \cdot s} = \frac{V_s}{s \cdot (R + L \cdot s)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{(R + L \cdot s)} \quad (1.17)$$

Ahora deberemos despejar los términos A y B de la siguiente forma:

$$A \cdot (R + L \cdot s) + B \cdot s = V_s \quad (1.18)$$

$$\left. \begin{array}{l} A \cdot R = V_s \\ A \cdot L + B = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow A = \frac{V_s}{R} \dots B = -\frac{V_s}{R} \cdot L \quad (1.19)$$

Sustituyendo las expresiones de A y B obtenidas en (1.19) en la expresión (1.17) nos queda:

$$I(s) = \frac{\left(\frac{V_s}{R}\right)}{s} - \frac{\left(\frac{V_s}{R} \cdot L\right)}{R + L \cdot s} = \frac{V_s}{R} \cdot \left[\frac{1}{s} - \frac{1}{s + R/L} \right] \quad (1.20)$$

Aplicando la antitransformada de LAPLACE en la expresión (1.20) obtendremos la expresión temporal de la corriente y a partir de ésta las correspondientes a la tensión en la resistencia y en la bobina:

$$i(t) = \frac{V_s}{R} \cdot \left[1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right] \quad (1.21)$$

$$v_R = R \cdot i(t) = V_s \cdot \left[1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right] \quad (1.22)$$

$$v_L = V_s - v_R = V_s \cdot e^{-\frac{R}{L}t} \quad (1.23)$$

Como se puede ver en las expresiones anteriores, la tensión en la bobina adquiere su valor máximo en el instante inicial y, a partir de ese momento, decrece exponencialmente hasta hacerse cero en $t = \infty$. En cambio la corriente y la tensión en la resistencia parten de cero y crecen exponencialmente hasta alcanzar su valor definitivo en $t = \infty$.

La constante de tiempo será $\tau = L/R$ y corresponde al tiempo necesario para que la corriente alcance el 63.2% de su valor final.

EJERCICIO 1.4.

Tenemos un circuito R-L como el de la figura 1.3 donde $V_s = 100V$, $R = 1k\Omega$ y $L = 1mH$. Suponiendo que la corriente en la bobina es cero en el instante en el que SI se cierra, calcular:

- La corriente y la tensión en la resistencia y en la bobina, en el instante inicial y cuando hayan transcurrido 1s y 5s desde el cierre del interruptor.*
- La energía almacenada en la bobina y la disipada en la resistencia al finalizar el proceso.*
- ¿Que ocurriría si durante el proceso se abre SI?.*

EJERCICIO 1.5.

En el circuito de la figura 1.3 obtener las expresiones temporales de la corriente, tensión en la resistencia y tensión en la bobina, si la corriente inicial en la bobina es distinta de cero.

EJERCICIO 1.6.

Obtener las expresiones temporales de la corriente, tensión en la resistencia y en la bobina, si $V_s = 0V$ y la corriente inicial en la bobina es I_L .

1.5.3. Circuitos con carga L-C

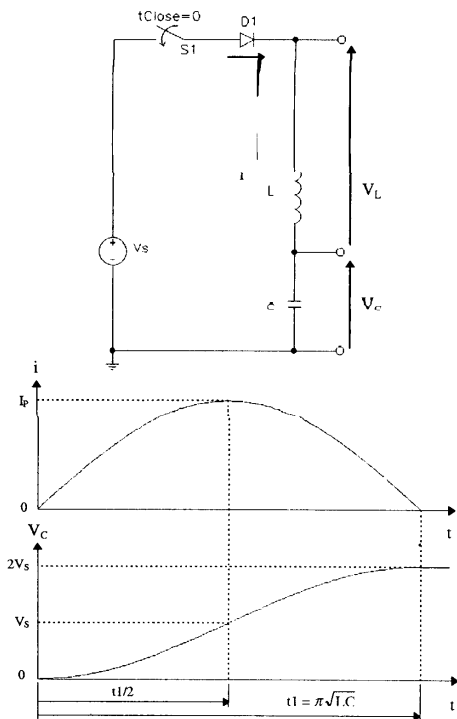


Fig. 1.4. Circuito con carga L-C

A partir del circuito de la figura 1.4 planteamos la ecuación diferencial, siendo $i(t=0)=0$ y $v_C(t=0)=0$:

$$V_s = L \cdot \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \cdot \int i \cdot dt \quad (1.24)$$

Aplicamos la transformada de LAPLACE a la ecuación anterior:

$$\frac{V_s}{s} = L \cdot s \cdot I(s) + \frac{1}{C \cdot s} \cdot I(s) \quad (1.25)$$

y despejamos $I(s)$:

$$I(s) = \frac{V_s/s}{L \cdot s + 1/C \cdot s} = V_s \cdot \frac{1}{L \cdot s^2 + 1/C} = \quad (1.26)$$

$$= V_s \cdot \frac{1/L}{s^2 + 1/C \cdot L} = V_s \cdot \sqrt{C} \cdot \frac{\sqrt{1/C \cdot L}}{s^2 + 1/C \cdot L}$$

Considerando $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{C \cdot L}}$ e $I_p = V_s \cdot \sqrt{C}$ obtenemos la siguiente expresión:

$$I(s) = I_p \cdot \frac{\omega_0}{s^2 + \omega_0^2} \quad (1.27)$$

Aplicando la antitransformada de LAPLACE, obtenemos la expresión en función del tiempo:

$$\boxed{i(t) = I_p \cdot \text{sen}(\omega_0 \cdot t)} \quad (1.28)$$

A partir de la expresión (1.28) podremos obtener las expresiones temporales de la tensión en la bobina y en el condensador:

$$\begin{aligned} v_L &= L \cdot \frac{di}{dt} = L \cdot I_p \cdot \omega_0 \cdot \text{cos}(\omega_0 \cdot t) = \\ &= L \cdot V_s \cdot \sqrt{C} \cdot \frac{1}{\sqrt{C \cdot L}} \cdot \text{cos}(\omega_0 \cdot t) = V_s \cdot \text{cos}(\omega_0 \cdot t) \end{aligned} \quad (1.29)$$

$$v_C = V_S - v_L = V_S \cdot (1 - \cos(\omega_0 \cdot t)) \quad (1.30)$$

EJERCICIO 1.7.

Realizar la representación gráfica de la corriente, tensión en la bobina y en el condensador en un circuito L-C. ¿Qué valor medio tiene la tensión en el condensador?. ¿Y en la bobina?.

EJERCICIO 1.8.

Obtener las expresiones temporales y la representación gráfica de la corriente, tensión en la bobina y en el condensador en los siguientes casos:

- a) $V_S = 0$ $i(t=0) = 0$ y $v_C(t=0) = V_C$:
- b) $V_S = 0$ $i(t=0) = I_C$ y $v_C(t=0) = v_C$:

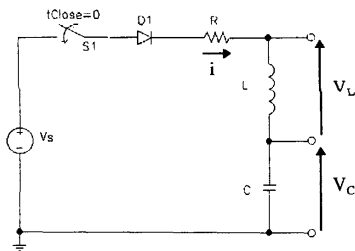
1.5.4. Circuitos con carga R-L-C

Fig. 1.5. Circuito con carga R-L-C

Planteamos la ecuación diferencial, siendo $i(t=0) = 0$ y $v_C(t=0) = 0$:

$$V_S = R \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \cdot \int i \cdot dt \quad (1.31)$$

Aplicamos LAPLACE:

$$\frac{V_s}{s} = R \cdot I(s) + L \cdot s \cdot I(s) + \frac{1}{C \cdot s} \cdot I(s) \quad (1.32)$$

y despejamos la intensidad:

$$I(s) = \frac{V_s/s}{R + L \cdot s + 1/C \cdot s} = \frac{V_s}{L} \cdot \frac{1}{s^2 + \frac{R}{L} \cdot s + \frac{1}{C \cdot L}} \quad (1.33)$$

Llamaremos:

$$\text{Factor de amortiguamiento: } \alpha = \frac{R}{2 \cdot L} \quad (1.34)$$

$$\text{Frecuencia de resonancia: } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \quad (1.35)$$

De esta forma podemos reescribir la expresión (1.33) de la siguiente forma:

$$I(s) = \frac{V_s}{L} \cdot \frac{1}{s^2 + 2 \cdot \alpha \cdot s + \omega_0^2} \quad (1.36)$$

expresión que corresponde a un sistema de segundo orden cuyos polos son:

$$s_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} \quad (1.37)$$

En función de cómo sean estos polos tendremos tres posibles casos:

1. $\alpha = \omega_0 \dots \Rightarrow \dots s_{1,2} = -\alpha$ Raíz doble, circuito **críticamente amortiguado**.

La expresión (1.36) nos quedará:

$$I(s) = \frac{V_s}{L} \cdot \frac{1}{(s + \alpha)^2} \quad (1.38)$$

Aplicando la antitransformada de LAPLACE:

$$i(t) = \frac{V_s}{L} \cdot t \cdot e^{-\alpha t} \quad (1.39)$$

2. $\alpha > \omega_0 \Rightarrow \dots s_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$ Dos raíces reales, circuito **sobreamortiguado**. La expresión (1.36) nos quedará:

$$I(s) = \frac{V_s}{L} \cdot \left(\frac{1}{(s-s_1) \cdot (s-s_2)} \right) = \frac{V_s}{L} \cdot \left[\frac{A}{(s+(-s_1))} + \frac{B}{(s+(-s_2))} \right] \quad (1.40)$$

Igualando coeficientes, tenemos:

$$A \cdot s - A \cdot s_2 + B \cdot s - B \cdot s_1 = 1 \quad (1.41)$$

$$\left. \begin{array}{l} A + B = 0 \\ -A \cdot s_2 - B \cdot s_1 = 1 \end{array} \right\} \rightarrow A = -B = \frac{1}{s_1 - s_2} = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}} \quad (1.42)$$

Sustituyendo la expresión de A y B obtenida en (1.42), en la expresión (1.40) y realizando la antitransformada de LAPLACE nos queda:

$$i(t) = \frac{V_s}{2 \cdot L \cdot \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}} \cdot [e^{s_1 t} - e^{s_2 t}] \quad (1.43)$$

3. $\alpha < \omega_0$ Raíces complejas conjugadas, circuito **subamortiguado**.

$$s_{1,2} = -\alpha \pm j\omega_r \quad (1.44)$$

siendo:

$$(\omega_r) \text{ Frecuencia natural} \quad \omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} \quad (1.45)$$

La expresión (1.36) la podemos reescribir de la siguiente forma:

$$I(s) = \frac{V_s}{L} \cdot \left[\frac{1}{(s+\alpha)^2 - \alpha^2 + \omega_0^2} \right] = \frac{V_s}{L} \cdot \frac{1}{(s+\alpha)^2 + \omega_r^2} \quad (1.46)$$

$$I(s) = \frac{V_s}{\omega_r \cdot L} \cdot \frac{\omega_r}{(s+\alpha)^2 + \omega_r^2} \quad (1.47)$$

Realizando la antitransformada de LAPLACE:

$$i(t) = \frac{V_s}{\omega_r L} e^{-\alpha t} \cdot \text{sen}(\omega_r t) \quad (1.48)$$

La razón α/ω_r se conoce como razón de amortiguamiento. Los circuitos de electrónica de potencia son generalmente subamortiguados.

EJERCICIO 1.9.

Representar gráficamente la corriente en un circuito R-C-L, como el de la figura 1.5, en los siguientes casos:

- a) *Circuito críticamente amortiguado*
 - b) *Circuito sobreamortiguado.*
 - c) *Circuito subamortiguado.*
-

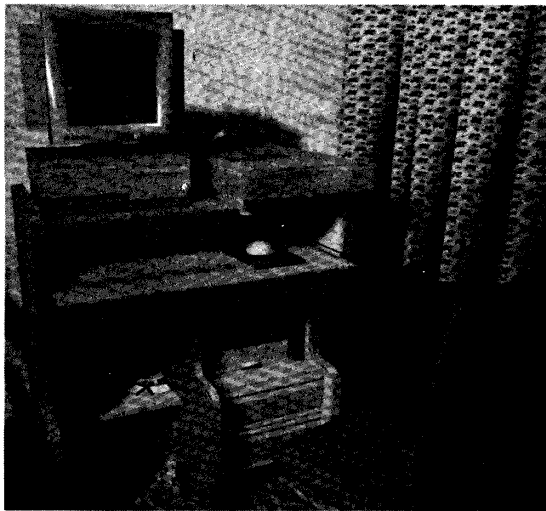
CAPÍTULO



RECTIFICADORES NO CONTROLADOS

2.1. INTRODUCCIÓN

La red de energía eléctrica disponible en nuestro país está compuesta por una red trifásica que proporciona tensiones alternas senoidales de 220V eficaces, entre fase y neutro, y 50Hz, pero existe un gran número de aplicaciones en las que se requiere una alimentación en forma de tensión continua. Así, por ejemplo, nos surge el problema de cómo alimentar un ordenador cuyos circuitos electrónicos requieren de una alimentación en forma de tensión continua.



¿Sería posible alimentar estos circuitos a partir de pilas o baterías?. En principio sí, pero ¿qué ocurrirá, por ejemplo, con el ordenador cuyo consumo es del orden de decenas de vatios?, ¿cuántas pilas serían necesarias y cuánto durarían?.

Aunque en algunos equipos electrónicos, normalmente equipos portátiles de bajo consumo, se utilizan pilas o baterías, en la mayor parte de los casos, por razones de economía, es necesario utilizar la red eléctrica como fuente primaria de energía. En este caso se precisa de un subsistema electrónico que convierta la tensión alterna de la red en tensión continua, a este subsistema se le conoce con el nombre de rectificador.

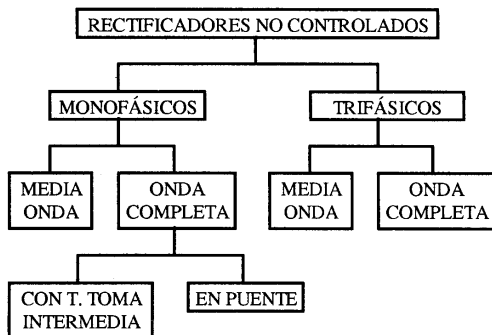
En sistemas rectificadores de baja potencia suele emplearse alimentación a partir de red monofásica, en rectificación de media onda o de onda completa. Cuando la potencia requerida es elevada se recurre a rectificadores trifásicos debido a su menor ondulación de salida y elevado rendimiento.

Entre el gran número de aplicaciones existentes que utilizan circuitos rectificadores podemos citar las siguientes:

- Fuentes de alimentación.
- Alimentación y control de motores.
- Procesos metalúrgicos, galvanoplastia.
- Equipos de soldadura.
- Equipos de calentamiento inductivo y capacitivo.
- Cargadores de baterías.
- Etc.

En un importante sector de estas aplicaciones se requiere la obtención de una tensión de salida variable, dando lugar a los rectificadores controlados que serán objeto de otro capítulo.

En este capítulo se estudiarán las diferentes topologías de los rectificadores monofásicos y trifásicos no controlados, su principio de funcionamiento y sus principales características. Estas topologías quedan recogidas en el siguiente esquema:



2.2. PARÁMETROS DE FUNCIONAMIENTO

Antes de comenzar con el estudio de los diferentes tipos de rectificadores es conveniente establecer aquellos parámetros que nos van a permitir evaluar el funcionamiento de un rectificador. Estos parámetros son:

- V_d : Valor medio de la tensión en la carga.
- I_d : Valor medio de la corriente que circula por la carga.
- V : Valor eficaz de la tensión de salida (rectificador).
- I : Valor eficaz de la intensidad de salida (rectificador).
- $P_d = V_d \cdot I_d$: Potencia de continua en la carga.
- $S_d = V \cdot I$: Potencia aparente a la salida del rectificador.
- $\eta = \frac{P_d}{S_d}$: Rendimiento o eficacia.

- V_{ac} : Valor eficaz de la componente alterna de la tensión de salida. La tensión de salida puede ser considerada compuesta por la superposición de dos componentes:

1. El valor de continua.
2. La componente alterna o rizado.

Si a la tensión de salida se le resta el valor de continua quedará la componente alterna, aplicando la definición de valor eficaz y operando se obtiene que el valor eficaz de la componente alterna de la tensión de salida es:

$$V_{ac} = \sqrt{(V^2 - V_d^2)} \quad (2.1)$$

- $FF = \frac{V}{V_d}$: Factor de forma. Es una medida de la forma de la tensión de salida del rectificador.

- $RF = \frac{V_{ac}}{V_d}$: Factor de rizado. Es una medida del contenido de rizado de la tensión de salida del rectificador. Realizando operaciones, podemos obtener:

$$RF = \frac{\sqrt{(V^2 - V_d^2)}}{V_d} = \sqrt{(FF^2 - 1)} \quad (2.2)$$

- $TUF = \frac{P_d}{V_s \cdot I_s}$: Factor de utilización del transformador. Siendo V_s e I_s los valores eficaces de tensión y corriente en el secundario del transformador.

$$V_s \cdot I_s = S \text{ (Potencia aparente)}$$

EJERCICIO 2.1.

Si la tensión de salida de un rectificador es $v(t)$ y los valores medio y eficaz de ésta son V_d y V respectivamente, la componente alterna de $v(t)$ será $v_{ac}(t) = v(t) - V_d$. Obtener el valor eficaz de $v_{ac}(t)$ y demostrar la validez de la expresión (2.1).

EJERCICIO 2.2.

Calcular el factor de forma y el factor de rizado de una tensión continua y de una tensión senoidal. En vista de los resultados, ¿cuáles son los valores ideales de FF y RF a los que debe tener un rectificador?.

2.3. RECTIFICADORES MONOFÁSICOS DE MEDIA ONDA

El esquema general para un rectificador de este tipo es el que se observa a continuación (Fig. 2.1):

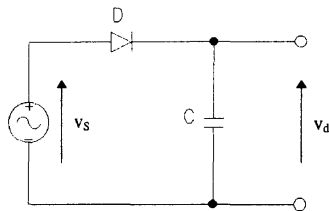


Fig. 2.1. Rectificador monofásico de M.O.

Se parte de la red eléctrica de 50Hz para alimentar al rectificador, aunque a veces se utiliza un transformador de entrada el cual nos permite adaptar el nivel de tensión de entrada al rectificador y, de esta forma, adaptar a nuestras necesidades el nivel de tensión a la salida del rectificador.

El condensador, C, actúa de filtro, para reducir al máximo el rizado de tensión a la salida del rectificador.

2.3.1. Carga resistiva R

En la figura 2.2 se tiene el esquema correspondiente a un rectificador monofásico de media onda el cual esta alimentado con una tensión senoidal v_s .

$$v_s = \sqrt{2} \cdot V_s \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \quad (2.3)$$

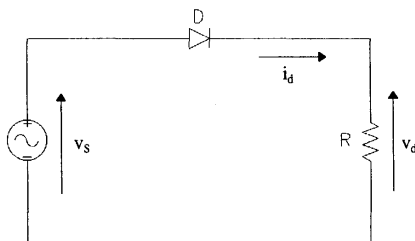


Fig. 2.2. Rectificador monofásico de M.O. con carga resistiva

En este circuito, cuando la tensión $v_s > 0$ el diodo queda directamente polarizado y, por lo tanto, entra en conducción apareciendo la tensión v_s aplicada a la carga R . Por otra parte, si $v_s < 0$ el diodo queda inversamente polarizado, bloqueándose, y por lo tanto la tensión aplicada a la carga es 0 V . Así, si consideramos el diodo ideal, la tensión aplicada a la carga será:

$$\text{Si } \begin{cases} v_s > 0 \Rightarrow \text{Diodo....ON} \Rightarrow v_d = v_s \\ v_s < 0 \Rightarrow \text{Diodo....OFF} \Rightarrow v_d = 0\text{V} \end{cases} \quad (2.4)$$

Además, como la carga es una resistencia, la corriente vendrá dada por la expresión:

$$i_d = \frac{v_d}{R} \quad (2.5)$$

En la figura 2.3 se puede ver la forma de onda de la tensión v_s aplicada al circuito, así como las formas de onda de la tensión v_d y corriente i_d en la carga.

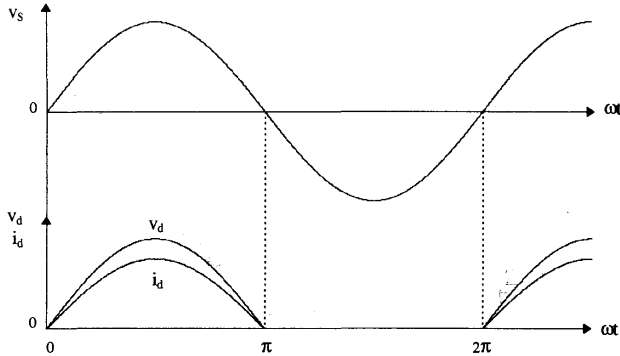


Fig. 2.3. Formas de onda en un rectificador monofásico de M.O. con carga resistiva

Para evaluar el funcionamiento de este rectificador vamos a calcular los parámetros de funcionamiento del rectificador definidos en el apartado 2.2.

- Valor medio de la tensión en la carga:

$$V_d = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_0^{\pi} \sqrt{2} \cdot V_s \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \cdot d(\omega \cdot t) = \frac{\sqrt{2} \cdot V_s}{\pi} \quad (2.6)$$

- Valor medio de la corriente que circula por la carga:

$$I_d = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_0^{\pi} \sqrt{2} \cdot \frac{V_s}{R} \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \cdot d(\omega \cdot t) = \frac{\sqrt{2} \cdot V_s}{\pi \cdot R} \quad (2.7)$$

- Valor eficaz de la tensión de salida:

$$V = \sqrt{\frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_0^{\pi} 2 \cdot V_s^2 \cdot \text{sen}^2(\omega \cdot t) \cdot d(\omega \cdot t)} = \frac{\sqrt{2} \cdot V_s}{2} \quad (2.8)$$

- Valor eficaz de la intensidad de salida:

$$I = \sqrt{\frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_0^{\pi} \left(\frac{\sqrt{2} \cdot V_s}{R} \right)^2 \cdot \text{sen}^2(\omega \cdot t) \cdot d(\omega \cdot t)} = \frac{\sqrt{2} \cdot V_s}{2 \cdot R} \quad (2.9)$$

- Potencia de continua en la carga:

$$P_d = V_d \cdot I_d = \frac{V_d^2}{R} = \frac{1}{R} \cdot \left(\frac{\sqrt{2} \cdot V_s}{\pi} \right)^2 \quad (2.10)$$

- Potencia aparente a la salida del rectificador:

$$S_d = V \cdot I = \frac{V^2}{R} = \frac{1}{R} \cdot \left(\frac{\sqrt{2} \cdot V_s}{2} \right)^2 \quad (2.11)$$

- Rendimiento:

$$\eta = \frac{P_d}{S_d} = \left(\frac{2}{\pi} \right)^2 \Rightarrow \eta(\%) = 40,5\% \quad (2.12)$$

- Factor de forma:

$$FF = \frac{V}{V_d} = \frac{\pi}{2} = 1,57 \quad (2.13)$$

- Factor de rizado:

$$RF = \sqrt{(FF^2 - 1)} = \sqrt{\left(\frac{\pi}{2} \right)^2 - 1} = 1,21 \quad (2.14)$$

- Factor de utilización del transformador:

$$TUF = \frac{P_d}{V_s \cdot I_s} = \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{\pi^2} = 2,87 \quad (2.15)$$

donde:

$$P_d = \frac{1}{R} \cdot \left(\frac{\sqrt{2} \cdot V_s}{\pi} \right)^2 ; V_s \cdot I_s = V_s \cdot I = \frac{\sqrt{2} \cdot V_s^2}{2 \cdot R} ;$$

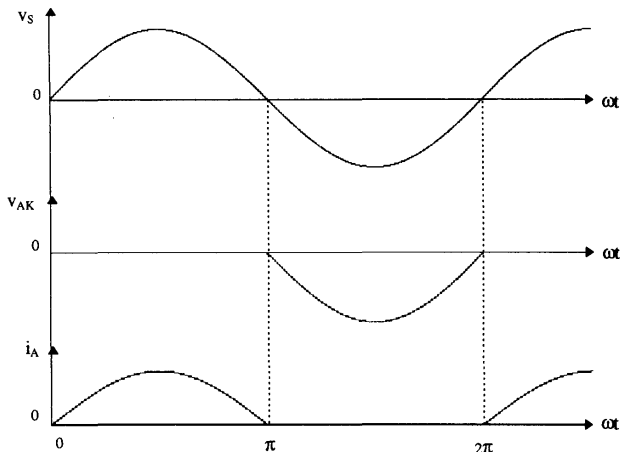


Fig. 2.4. Tensión y corriente en el diodo

Además de los parámetros de funcionamiento del rectificador, también es necesario conocer las condiciones de funcionamiento de los semiconductores. Así, en este rectificador las condiciones de funcionamiento del diodo serán:

- Valor medio de la corriente que circula por el diodo:

$$I_d = \frac{\sqrt{2} \cdot V_s}{\pi \cdot R} = \frac{V_d}{R} \quad (2.16)$$

- Valor máximo de la corriente que circula por el diodo:

$$I_{pk} = \frac{\sqrt{2} \cdot V_s}{R} \quad (2.17)$$

- Valor máximo de la tensión inversa en el diodo:

$$V_{rm} = \sqrt{2} \cdot V_s \quad (2.18)$$

En la figura 2.4 se pueden ver las formas de onda de la tensión y corriente en el diodo. La corriente será la misma que en la carga, y la tensión corresponderá al semiciclo negativo de V_s , donde el diodo permanece bloqueado.

El rectificador monofásico es poco utilizado ya que la tensión de salida tiene un alto rizado, y la intensidad tiene una componente de continua que, en el caso de que se emplee un transformador nos obliga a sobredimensionarlo (peor aprovechamiento del transformador respecto otros tipos de rectificadores).

2.3.2. Carga inductiva R-L

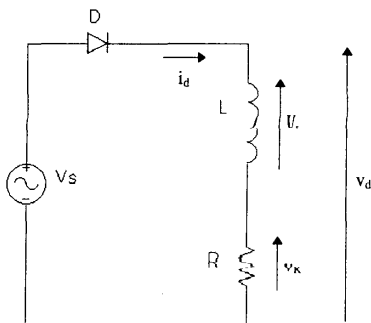


Fig. 2.5. Rectificador monofásico de M.O. con carga R-L

En la figura 2.5 podemos observar el circuito correspondiente a un rectificador monofásico de media onda con carga R-L. En este circuito, suponiendo el diodo ideal, se puede plantear la siguiente ecuación :

$$v_s = v_R + v_L = R \cdot i_d + L \cdot \frac{di_d}{dt} \quad (2.19)$$

Resolviendo la anterior ecuación diferencial se obtiene que la intensidad es la suma de la solución de la ecuación homogénea (transitorio) y de la solución de la ecuación particular (permanente).

$$i_d = \underbrace{\frac{\sqrt{2} \cdot V_s}{Z} \cdot \text{sen}(\varphi) \cdot e^{-\frac{R}{L}t}}_{\text{transitoria}} + \underbrace{\frac{\sqrt{2} \cdot V_s}{Z} \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - \varphi)}_{\text{permanente}} \quad (2.20)$$

Para ayudarnos a comprender el funcionamiento de este circuito utilizaremos la figura 2.6, en la que aparecen representadas las formas de onda características de tensión y corriente en el circuito. En esta figura se pueden distinguir los siguientes tramos:

$0 < t < t_1$ En $t = 0$ la corriente en el circuito es 0. Al comenzar el semiciclo positivo de la tensión v_s la corriente comienza a crecer siguiendo la expresión obtenida en (2.20). Durante todo este tramo la caída de tensión en la resistencia ($v_R = R \cdot i_d$) es menor que la tensión aplicada al circuito v_s y por lo tanto la corriente en el circuito es creciente.

$$v_s > v_R \Rightarrow v_L = v_s - v_R > 0 \Rightarrow v_L = L \cdot \frac{di_d}{dt} \Rightarrow i_d \text{ crece}$$

$t_1 < t < t_2$ En $t = t_1$ la caída de tensión en la resistencia se iguala a la tensión v_s alcanzándose la corriente máxima. A partir de ese instante la corriente comienza a decrecer.

$$v_s < v_R \Rightarrow v_L = v_s - v_R < 0 \Rightarrow i_d \text{ decrece}$$

$t_2 < t < t_3$ En $t = t_2$ la tensión v_s es cero y a partir de ese instante es negativa pero, debido a la energía almacenada en la bobina, sigue circulando corriente por el circuito y el diodo no se bloquea. Durante este intervalo la tensión aplicada a la carga es negativa.

$t_3 < t < T$ En $t = t_3$ la corriente se extingue y el diodo se bloquea, permaneciendo así hasta que comienza un nuevo período de v_s .

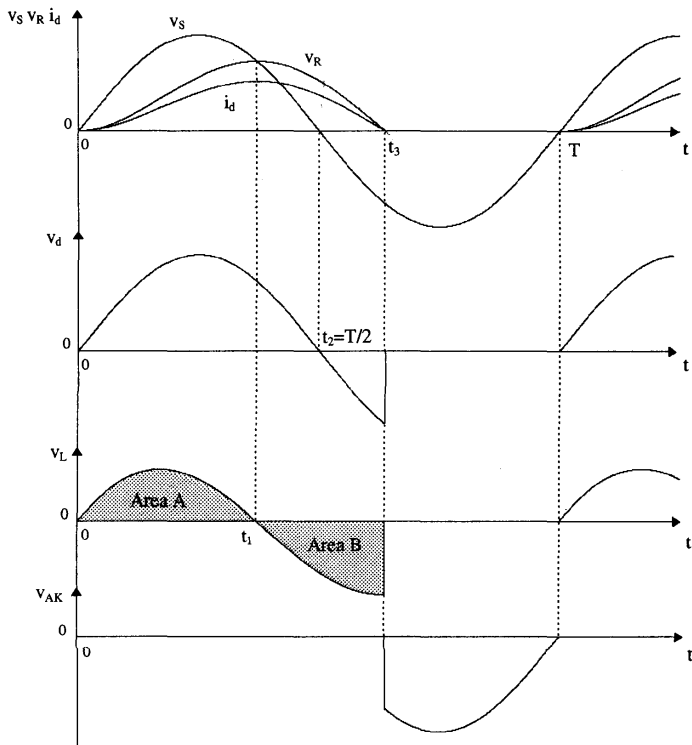


Fig. 2.6. Formas de onda en un rectificador monofásico de M.O. con carga R-L

Para calcular el instante t_3 , en el cual $i = 0$, podremos igualar a cero la expresión de i_d obtenida en (2.20). Así nos quedará la ecuación (2.21) que se deberá resolver por iteración.

$$\operatorname{sen}(\varphi) \cdot e^{\frac{R}{L}t} = -\operatorname{sen}(\omega \cdot t - \varphi) \quad (2.21)$$

Por otra parte en la bobina tenemos:

$$v_L = L \cdot \frac{di_d}{dt} \Rightarrow \frac{1}{L} \cdot v_L \cdot dt = di_d \quad (2.22)$$

Integrando entre 0 y t_3 , y recordando que $i_d(t_3) = i_d(0) = 0$, nos queda:

$$\frac{1}{L} \cdot \int_0^{t_3} v_L \cdot dt = \int_{i_d(0)}^{i_d(t_3)} di_d = i_d(t_3) - i_d(0) = 0 \quad (2.23)$$

La ecuación anterior nos dice que:

$$\int_0^{t_1} v_L \cdot dt = 0 = \int_0^{t_1} v_L \cdot dt + \int_{t_1}^{t_3} v_L \cdot dt \Rightarrow \text{Area A} - \text{Area B} = 0 \quad (2.24)$$

$$\boxed{\text{Area A} = \text{Area B} \Rightarrow t_3} \quad (2.25)$$

Como ya hemos visto la tensión v_d entre t_2 y t_3 es negativa, debido a esto la tensión media en la carga es menor en este caso que en el anterior (carga resistiva R).

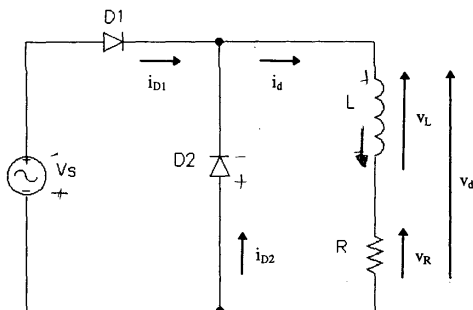


Fig. 2.7. Rectificador monofásico de M.O. con diodo volante

Una forma de evitar la reducción de la tensión media en la carga es el uso de un diodo volante, tal y como se puede ver en la figura (2.7):

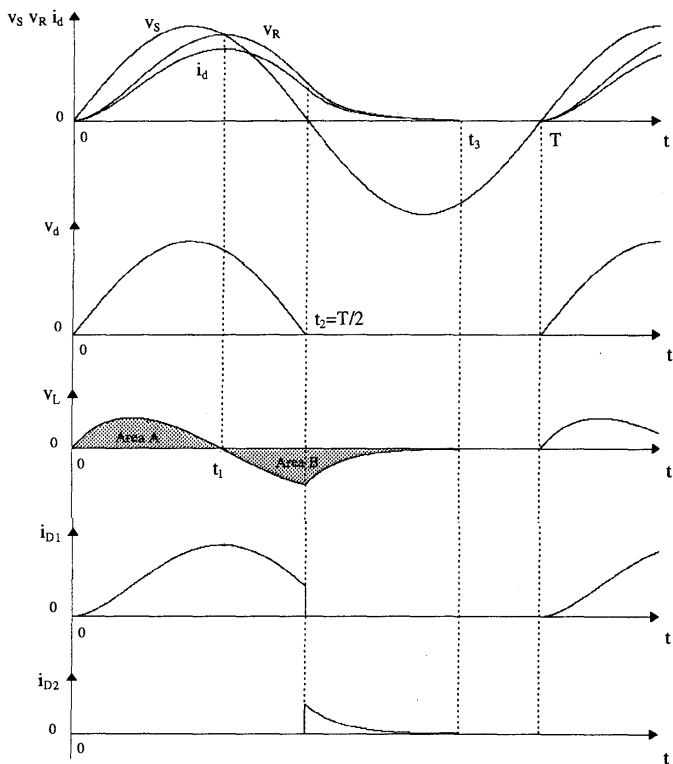


Fig. 2.8. Formas de onda de un rectificador de M.O. con diodo volante

Con la utilización de este diodo se consigue que al llegar al instante $t = t_2$, en el que $v_s = 0$, el diodo rectificador se bloquea y es el diodo volante el que conduce la corriente que origina la energía almacenada en la bobina. Por lo tanto, apartir de t_2 la tensión en la carga v_d se hace cero y la corriente decrece de forma exponencial (descarga de L a través de R).

En la figura 2.8 se pueden ver las formas de onda características del rectificador monofásico de media onda con carga R-L y diodo volante. En ellas se puede observar como, gracias al diodo volante, la tensión en la carga nunca es negativa, siendo la tensión en la carga la misma que se tenía en un rectificador monofásico de media onda con carga resistiva.

2.3.3. Carga con una fuerza contraelectromotriz, E_d

En este caso vamos a suponer una carga que presenta una fuerza contraelectromotriz como, por ejemplo, es el caso de tener un motor o una batería como carga.

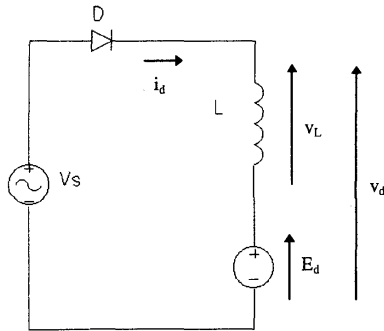


Fig. 2.9. Rectificador monofásico de M.O. con carga L-E

Para analizar el comportamiento de este circuito partiremos de suponer que la corriente fluye de forma discontinua. Si observamos la figura 2.10, en la que están representadas las formas de onda características de este circuito, podemos diferenciar los siguientes tramos:

$0 < t < t_1$ Inicialmente la corriente en el circuito es 0 y el diodo está bloqueado. Al comenzar el semiciclo positivo de la tensión v_s el diodo permanecerá bloqueado mientras que $v_s < E_d$.

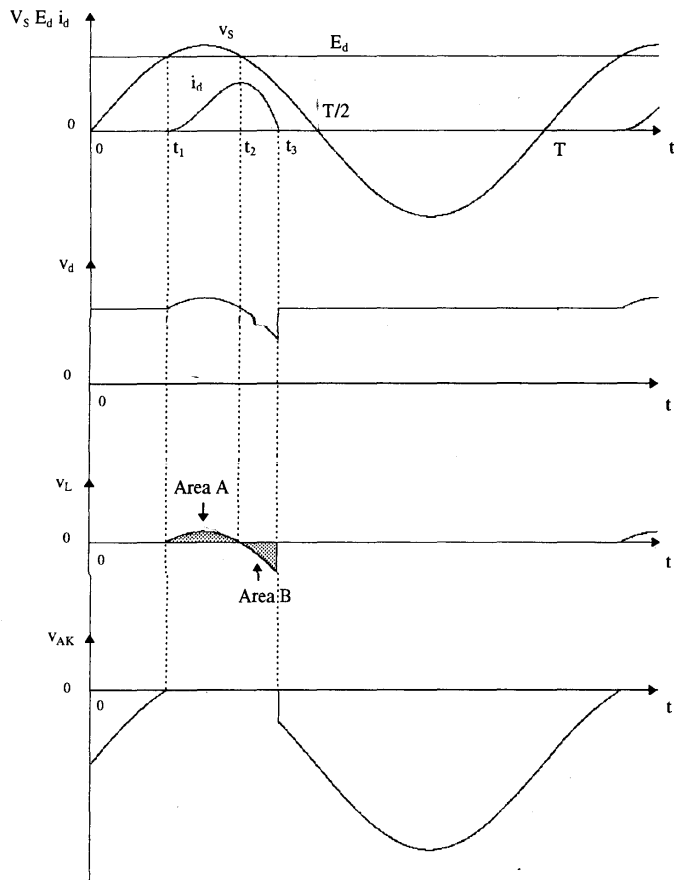


Fig. 2.10. Formas de onda en un rectificador monofásico de M.O. con carga L-E

$t_1 < t < t_2$ En $t = t_1$ la tensión v_S se iguala a E_d . A partir de ese instante la corriente comienza a crecer, alcanzando un máximo en t_2 .

$t_2 < t < t_3$ En $t = t_2$ la tensión v_S vuelve a igualarse a E_d . A partir de ese instante la tensión v_S se hace menor que E_d pero el diodo no se bloquea puesto que sigue circulando corriente por el circuito debido a la energía almacenada por la bobina. Durante este tramo la bobina se descargará, decreciendo la corriente en el circuito.

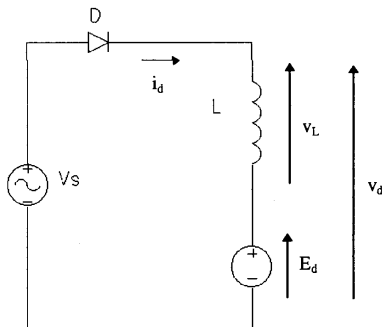
$t_3 < t < T$ En $t = t_3$ la bobina se habrá descargado por completo, extinguiéndose la corriente y, por lo tanto, el diodo se bloquea. El instante t_3 se alcanza cuando $\text{área A} = \text{área B}$.

EJERCICIO 2.3.

En un rectificador monofásico de media onda con carga R-L como el mostrado en la figura 2.5, se tiene $v_S = 220 \text{ V}$ a una frecuencia de 50 Hz, $L = 10 \text{ mH}$ y $R = 5 \Omega$. Calcular el valor medio de la tensión en la carga v_d .

EJERCICIO 2.4.

En el circuito de la figura, $V_S = 120 \text{ V}$ a una frecuencia de 50 Hz, $L = 10 \text{ mH}$ y $E_d = 150 \text{ V}$. Calcular y dibujar la corriente i_d junto con v_S .



2.4. RECTIFICADORES MONOFÁSICOS DE ONDA COMPLETA

2.4.1. Rectificadores monofásicos de onda completa con transformador de toma intermedia

En la figura 2.11 se puede ver el esquema de un rectificador monofásico de onda completa con transformador de toma intermedia y carga resistiva.

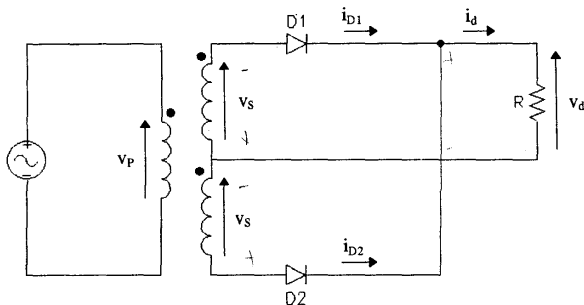


Fig. 2.11. Rectificador monofásico de O.C. con transformador de toma intermedia y carga resistiva

En este circuito se observa que, durante el semiperíodo positivo de v_s el diodo D_1 aparece polarizado en directa, mientras que el diodo D_2 queda polarizado en inversa, así pues la tensión aplicada a la carga será $v_d = v_s$. Por otra parte en el semiperíodo negativo de v_s el diodo D_1 aparece polarizado en inversa mientras que el diodo D_2 queda polarizado en directa y, por lo tanto, la tensión que aparece en la carga es $v_d = -v_s$.

$$v_s > 0 \Rightarrow \begin{cases} \cdot D_1 \rightarrow ON \\ \cdot D_2 \rightarrow OFF \end{cases}$$

$$v_s < 0 \Rightarrow \begin{cases} \cdot D_1 \rightarrow OFF \\ \cdot D_2 \rightarrow ON \end{cases}$$

Las formas de onda de tensión y corriente en el circuito las podemos ver en la figura 2.12:

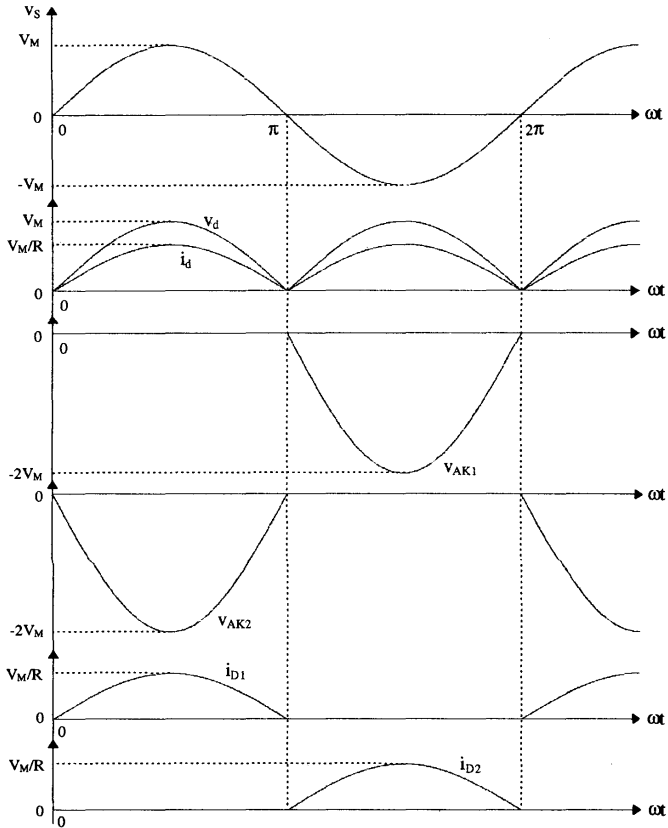


Fig. 2.12. Formas de onda en un rectificador monofásico de O.C. con transformador de toma intermedia y carga resistiva

En este tipo de rectificador se observa que el valor medio de la tensión en la carga es el doble que el que se tenía en el rectificador de media onda:

$$V_d = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} \sqrt{2} \cdot V_s \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \cdot d(\omega \cdot t) = \frac{2 \cdot \sqrt{2} \cdot V_s}{\pi} = 0,9 \cdot V_s \quad (2.26)$$

Por otra parte, otra de las ventajas que aporta este tipo de rectificador respecto del de media onda es que se elimina el problema de la posible saturación del núcleo, ya que la intensidad que circula por el secundario del transformador no posee componente de continua.

Por contra, la tensión inversa máxima que soporta cada diodo es el doble de la máxima del secundario, es decir, el doble que el diodo del rectificador de media onda.

EJERCICIO 2.5.

En el rectificador de la figura 2.11 determinar:

- a) *El rendimiento (η).*
- b) *El factor de forma (FF).*
- c) *El factor de rizado (RF).*
- d) *El factor de utilización del transformador (TUF).*
- e) *El pico inverso de tensión del diodo D_1 .*
- f) *El factor de cresta de la corriente de entrada (CF).*

2.4.2. Rectificadores monofásicos en puente

En la figura 2.13 tenemos el esquema correspondiente a un rectificador monofásico de doble onda en puente con carga resistiva.

Durante el semiperíodo positivo de v_s los diodos D_1 y D_2 están directamente polarizados mientras que D_3 y D_4 lo están inversamente, por lo tanto la tensión aplicada a la carga es $v_d = v_s$. Así mismo, durante el semiperíodo negativo de v_s los diodos D_1 y D_2 están inversamente polarizados mientras que D_3 y D_4 lo están directamente, por lo tanto la tensión aplicada a la carga es $v_d = -v_s$.

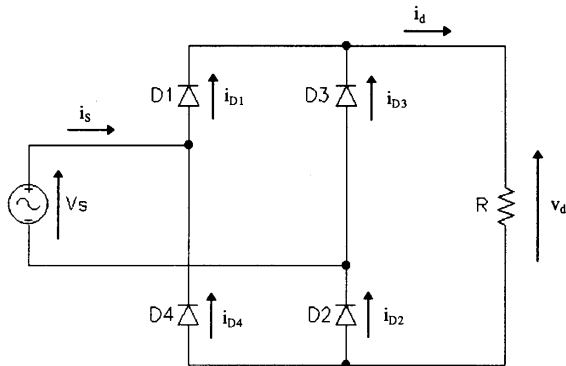


Fig. 2.13. Rectificador monofásico en puente con carga resistiva

$$\text{Cuando } \begin{cases} v_s > 0 & D_1 \rightarrow ON \text{ y } D_2 \rightarrow ON \\ v_s < 0 & D_3 \rightarrow ON \text{ y } D_4 \rightarrow ON \end{cases}$$

Las formas de onda para las tensiones e intensidades en el caso de tener una carga resistiva pura son las mostradas en la figura 2.14. Como se observa en la citada figura, en el rectificador en puente la tensión de salida es igual a la del rectificador monofásico de onda completa con transformador de toma intermedia. En cambio, su modo de funcionamiento los diferencia, así, en el rectificador en puente la tensión inversa máxima de los diodos es la mitad que en el rectificador con transformador de toma intermedia y, el total de las pérdidas en conducción en los diodos es el doble. Por lo tanto, cuando se trabaje con tensiones elevadas será conveniente emplear un rectificador en puente, y cuando se tengan corrientes elevadas será mejor un toma intermedia. En cualquier caso, una gran ventaja del rectificador en puente es que puede trabajar a partir de la red sin necesidad de utilizar un transformador.

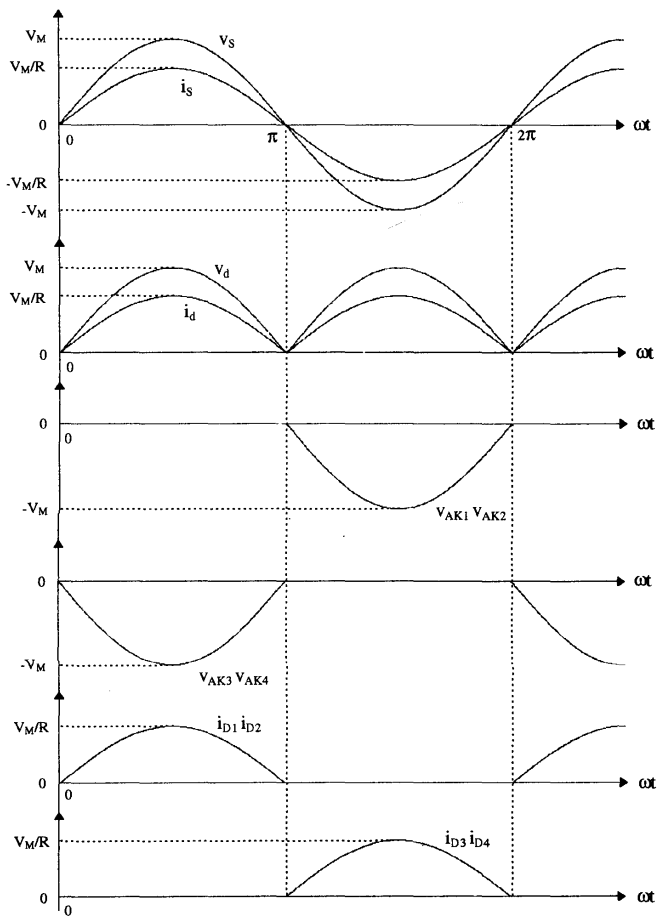


Fig. 2.14. Formas de onda en un rectificador en puente con carga resistiva

En el caso particular de que la carga sea fuertemente inductiva podremos considerar que ésta actúa como fuente de corriente, siendo la corriente en la salida del rectificador constante. De esta manera nos quedará el circuito representado en la figura 2.15, y las formas de onda resultantes serán las mostradas en la figura 2.16.

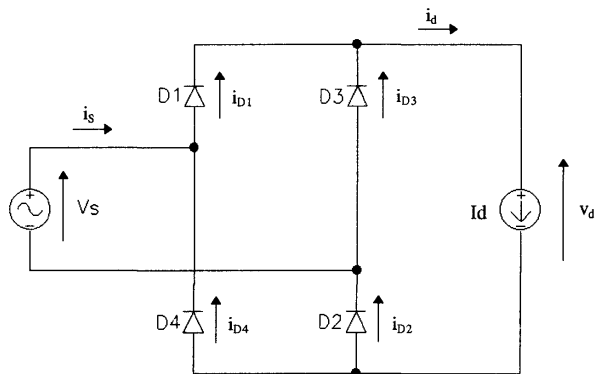


Fig. 2.15. Rectificador monofásico en puente con carga fuertemente inductiva

Podemos observar que la forma de onda de tensión en la carga es la misma que en el rectificador de doble onda con transformador de toma media, por lo tanto el valor medio de ésta será el mismo.

$$V_d = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} \sqrt{2} \cdot V_s \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \cdot d(\omega \cdot t) = \frac{2 \cdot \sqrt{2} \cdot V_s}{\pi} = 0.9 \cdot V_s \quad (2.27)$$

Por otra parte, la corriente i_s que circulará por la línea, o en su caso por el secundario del transformador, será:

$$v_s > 0 \rightarrow i_s = I_d$$

$$v_s < 0 \rightarrow i_s = -I_d$$

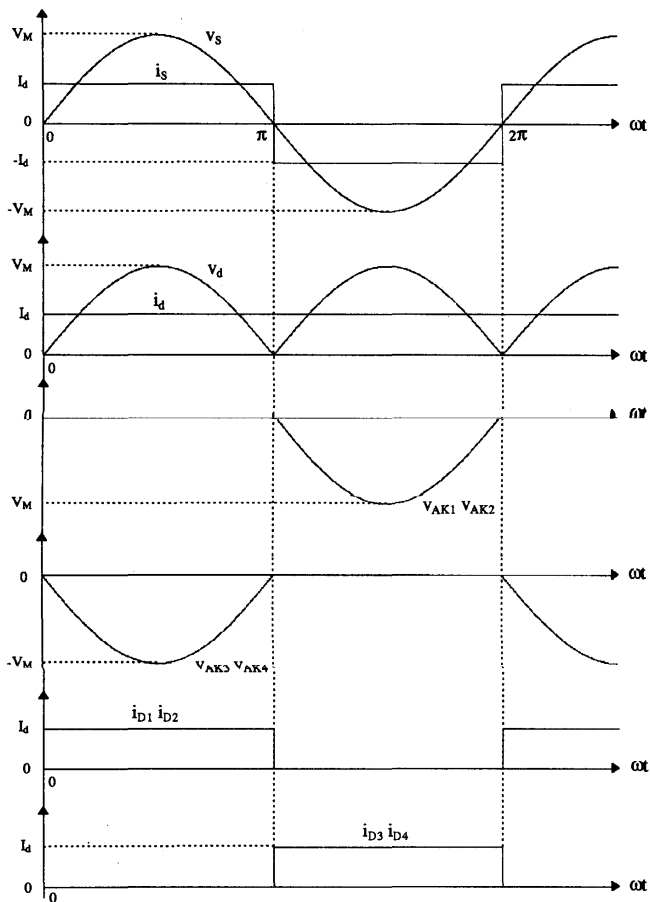


Fig. 2.16. Formas de onda en un rectificador monofásico en puente con carga fuertemente inductiva

Siendo el valor eficaz de la corriente de línea $I_S = I_d$.

Por lo tanto, la corriente en la línea no es senoidal y esto origina unos efectos sobre la línea que deben ser considerados.

Desarrollando en serie de Fourier i_s , teniendo en cuenta que es impar y con simetría de media onda, nos queda:

$$b_h = \frac{4}{\pi} \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} I_d \cdot \text{sen}(h \cdot \omega \cdot t) \cdot d(\omega \cdot t) = \frac{4}{\pi} \cdot I_d \cdot \frac{1}{h} \cdot [\cos(h \cdot \omega \cdot t)]_0^{\frac{\pi}{2}} \quad (2.28)$$

$$b_h = \frac{4}{\pi} \cdot I_d \cdot \frac{1}{h} \quad \text{para } h = 1, 3, 5, 7, \dots$$

$$\text{Luego: } \begin{cases} I_{S1} = \frac{4}{\pi} \cdot I_d \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\pi} \cdot \sqrt{2} \cdot I_d = 0.9 \cdot I_d \\ I_{Sh} = \frac{I_{S1}}{h} \quad \text{para } h = 1, 3, 5, 7 \end{cases} \quad (2.29)$$

Las formas de onda de v_s , i_s e i_{S1} , junto con el contenido de armónicos en i_s , se representa en la figura siguiente:

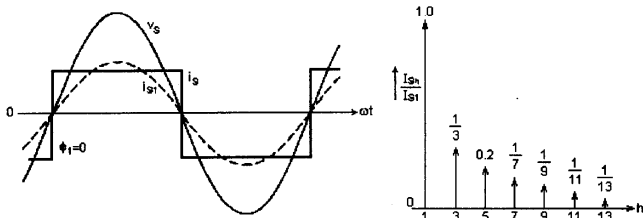


Fig. 2.17. Contenido de armónicos en un rectificador monofásico en puente con carga fuertemente inductiva

El factor de distorsión armónica para i_s es:

$$THD = \frac{\sqrt{I_s^2 - I_{s1}^2}}{I_{s1}} = \sqrt{\frac{I_s^2}{I_{s1}^2} - 1} = \sqrt{\left(\frac{I_d}{0.9 \cdot I_d}\right)^2 - 1} = 0.4843 \Rightarrow 48.43\% \quad (2.30)$$

El factor de desplazamiento se puede observar en la figura que es :

$$DPF = 1 = \cos(\phi) \quad (2.31)$$

Por lo que el factor de potencia es:

$$PF = \frac{P}{S} = \frac{V_s \cdot I_{s1} \cdot \cos(\phi_1)}{V_s \cdot I_s} = \frac{0.9 \cdot I_d}{I_d} \cdot \cos(\phi_1) = 0.9 \quad (2.32)$$

EJERCICIO 2.6.

En el rectificador monofásico en puente mostrado en la figura 2.15, con $i_d = I_d = cte$, obtener el valor medio y eficaz de la corriente que circula por un diodo en función de I_d .

2.5 . EFECTOS DE LA INDUCTANCIA DE FUENTE (L_s) EN LA CONMUTACIÓN DE CORRIENTE

Hasta ahora no se había tenido en cuenta que la línea eléctrica y, en su caso el transformador, introducen una cierta inductancia que aparece en serie con la fuente de tensión v_s conectada a la entrada del rectificador. Por ello se podía suponer que las transiciones en la intensidad de línea eran instantáneas, pero en realidad, puesto que $L_s \neq 0$, la intensidad de línea varía de forma continua (no existe la posibilidad de saltos bruscos de i_s). En este apartado analizaremos el efecto que esta inductancia va a introducir en los distintos rectificadores monofásicos estudiados.

2.5.1. Rectificador de media onda con diodo volante, $i_d = I_d = cte$

El circuito que vamos a analizar es el mostrado en la figura siguiente, el cual corresponde a un rectificador monofásico de media onda con diodo volante y carga fuertemente inductiva, $i_d = I_d = cte$.

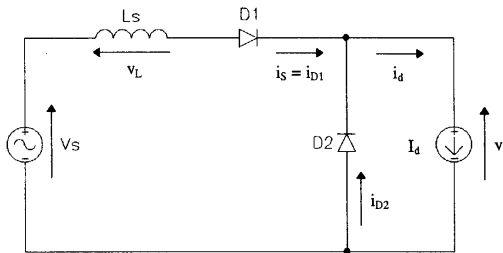


Fig. 2.18. Rectificador de M.O. con $i_d = I_d = cte$, diodo volante y $L_s \neq 0$

En este circuito, en el instante anterior a $\omega t = 0$ tenemos $v_s < 0$ y la corriente I_d circula a través del diodo D_2 , siendo $v_d = 0$ e $i_s = 0$.

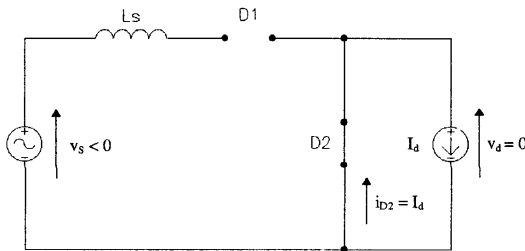
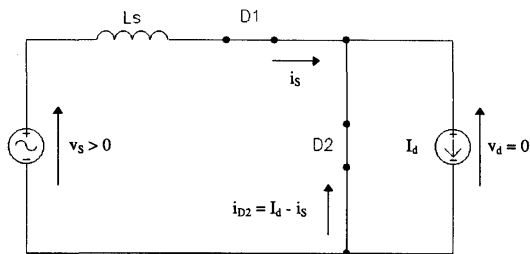
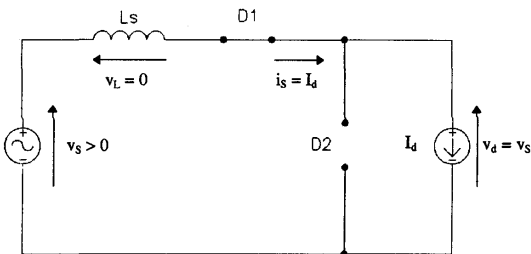


Fig. 2.19. ($\omega t < 0$)

En $\omega t = 0$ se inicia la conmutación. El diodo D_1 se polariza directamente y empieza a conducir, pero debido a la presencia de la inductancia de línea la corriente en D_1 no puede aumentar de forma abrupta. Así, la corriente i_s en D_1 irá creciendo de forma paulatina desde 0 hasta alcanzar el valor I_d y, por lo tanto, durante este tránsito, por D_2 deberá circular la corriente $i_{D2} = I_d - i_s$ y la tensión en la carga será $v_d = 0$. El circuito que se tiene en este intervalo es el mostrado en la siguiente figura:

Fig. 2.20. ($0 < \omega t < \mu$)

Una vez completada la conmutación, la corriente en el diodo D_1 será constante y de valor $i_s = I_d$, por lo tanto, $v_L = 0$. El diodo D_2 quedará cortado, apareciendo la tensión v_s aplicada a la carga $v_d = v_s$. El circuito nos quedará tal y como se muestra en la figura 2.21.

Fig. 2.21. ($\mu < \omega t < \pi$)

El efecto de la inductancia de línea en las formas de onda del rectificador se puede ver en la figura 2.22:

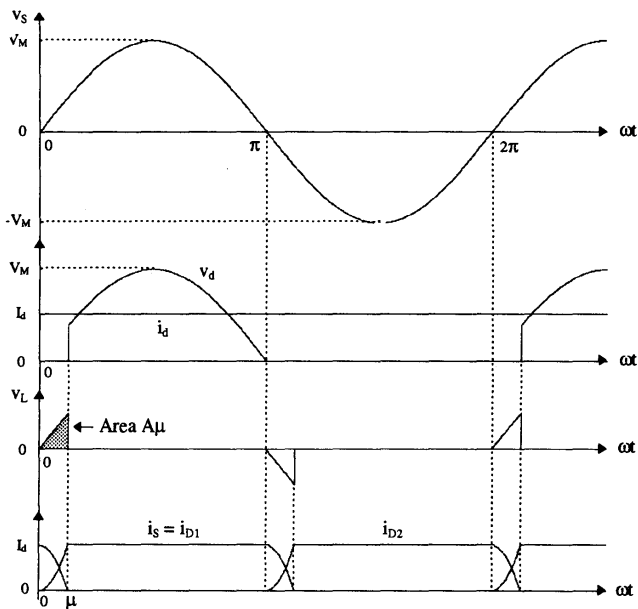


Fig. 2.22. Formas de onda en un rectificador de M.O. con $i_d = I_d = cte$, diodo volante y $L_s \neq 0$

Evidentemente, el resultado de este proceso de conmutación, originado por la existencia de una inductancia de línea, es una reducción del valor medio de la tensión de salida del rectificador. Para poder cuantificar esta reducción deberemos obtener la duración del intervalo de conmutación $\omega t = \mu$.

La corriente i_s en L_s comienza en cero en $\omega t = 0$, y alcanza el valor I_d en $\omega t = \mu$. Durante la conmutación, la ecuación diferencial que rige el proceso es:

$$v_L = \sqrt{2} \cdot V_s \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) = L_s \cdot \frac{di_s}{dt} = \omega \cdot L_s \cdot \frac{di_s}{d(\omega \cdot t)} \quad (2.33)$$

Realizando operaciones, e integrando, se obtiene:

$$\sqrt{2} \cdot V_s \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \cdot d(\omega \cdot t) = \omega \cdot L_s \cdot di_s \quad (2.34)$$

$$\int_0^{\mu} \sqrt{2} \cdot V_s \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \cdot d(\omega \cdot t) = \omega \cdot L_s \cdot \int_0^{I_d} di_s = \omega \cdot L_s \cdot I_d \quad (2.35)$$

La integral del lado izquierdo es la integral de la tensión en la bobina v_L , que es igual al área sombreada en la figura 2.22.

$$A_{\mu} = \int_0^{\mu} \sqrt{2} \cdot V_s \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \cdot d(\omega \cdot t) = \sqrt{2} \cdot V_s \cdot (1 - \cos(\mu)) \quad (2.36)$$

$$A_{\mu} = \sqrt{2} \cdot V_s (1 - \cos(\mu)) = \omega \cdot L_s \cdot I_d$$

Despejando la incógnita obtendremos la ecuación que nos va a permitir determinar el tiempo que dura la conmutación:

$$\cos(\mu) = 1 - \frac{\omega \cdot L_s \cdot I_d}{\sqrt{2} \cdot V_s} \quad (2.37)$$

Como se puede observar en la ecuación, cuando $L_s = 0 \Rightarrow \mu = 0^\circ$, aumentando μ conforme lo hace L_s .

Una vez determinado el tiempo que dura la conmutación ya podemos determinar la reducción del valor medio de la tensión en la carga.

Con $L_s = 0$ tenemos:

$$V_d = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_0^{\pi} \sqrt{2} \cdot V_s \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \cdot d(\omega \cdot t) = \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{2 \cdot \pi} \cdot V_s = 0.45 \cdot V_s \quad (2.38)$$

Con $L_S \neq 0$ tenemos:

$$V_d = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_0^\pi \sqrt{2} \cdot V_S \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \cdot d(\omega \cdot t) =$$

$$= \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_0^\pi \sqrt{2} \cdot V_S \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \cdot d(\omega \cdot t) - \underbrace{\frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_0^\pi \sqrt{2} \cdot V_S \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \cdot d(\omega \cdot t)}_{A_\mu} \quad (2.39)$$

$$V_d = 0.45 \cdot V_S - \frac{\text{Area } A_\mu}{2 \cdot \pi} = 0.45 \cdot V_S - \frac{\omega \cdot L_S}{2 \cdot \pi} \cdot I_d \quad (2.40)$$

Por lo tanto, la reducción del valor medio de la tensión en la carga debido al efecto de L_S es:

$$\Delta V_d = \frac{\omega \cdot L_S}{2 \cdot \pi} \cdot I_d \quad (2.41)$$

EJERCICIO 2.7.

Estudiar el efecto de la inductancia de línea, L_S , en los siguientes casos:

- Rectificador monofásico de media onda con carga resistiva.*
- Rectificador monofásico de media onda con carga R-L.*
- Rectificador monofásico de media onda con carga R-L y diodo volante.*

2.5.2. Rectificador de onda completa en puente, $i_d = I_d = \text{cte.}$

El circuito que vamos a analizar es el mostrado en la figura 2.23, el cual corresponde a un rectificador monofásico de onda completa en puente y carga fuertemente inductiva, $i_d = I_d = \text{cte.}$

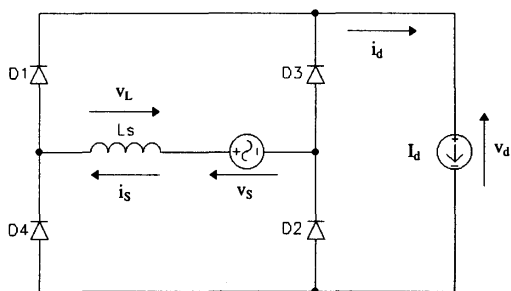


Fig. 2.23. Rectificador de O.C. en puente con $i_d = I_d = \text{cte}$ y $L_s \neq 0$

En este circuito, en el instante anterior a $\omega t = 0$ tenemos $v_s < 0$, y la corriente I_d circula a través de D3 y D4, siendo $i_s = -I_d$ y $v_d = -v_s$, tal y como se puede observar en la siguiente figura:

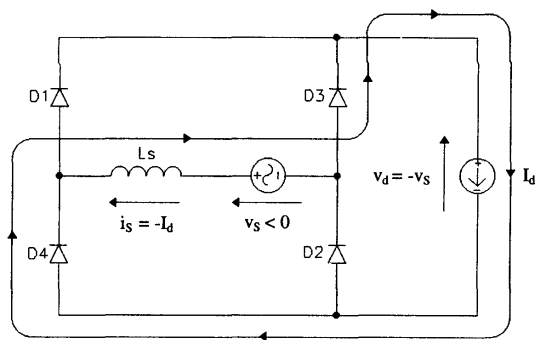


Fig. 2.24. ($\omega t < 0$)

A partir del instante $\omega t = 0$ tenemos $v_s > 0$ y D_1 y D_2 , que se encontraban cortados, se polarizan en directo. Por lo tanto, de no existir la inductancia de línea, la corriente en D_1 y D_2 sería I_d y los diodos D_3 y D_4 se cortarían, pasando a ser $i_s = I_d$ y $v_d = v_s$. Pero, debido a la inductancia de línea, i_s no puede variar bruscamente de $-I_d$ a I_d , apareciendo durante el intervalo de conmutación las corrientes i_μ , que son iguales en ambas mallas si se supone que todos los diodos son iguales.

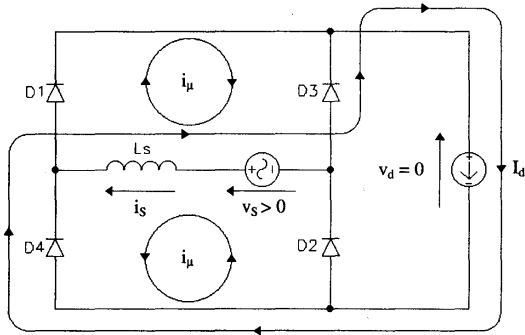


Fig. 2.25. ($0 < \omega t < \mu$)

Por lo tanto para $0 < \omega \cdot t < \mu$, D_1 , D_2 , D_3 y $D_4 \Rightarrow$ están en ON $\Rightarrow v_d = 0$.

$$\begin{aligned} i_{D1} &= i_{D2} = i_\mu \\ i_{D3} &= i_{D4} = I_d - i_\mu \\ i_s &= -I_d + 2 \cdot i_\mu \end{aligned} \quad (2.42)$$

$$\text{En } \begin{cases} \omega \cdot t = 0 & \Rightarrow i_\mu = 0 \\ \omega \cdot t = \mu & \Rightarrow i_\mu = I_d \end{cases}$$

Por lo que en $\omega \cdot t = \mu \Rightarrow i_{D1} = i_{D2} = I_d$ e $i_s = I_d$, y a partir de este instante D3 y D4 quedan bloqueados, siendo $v_d = v_s$.

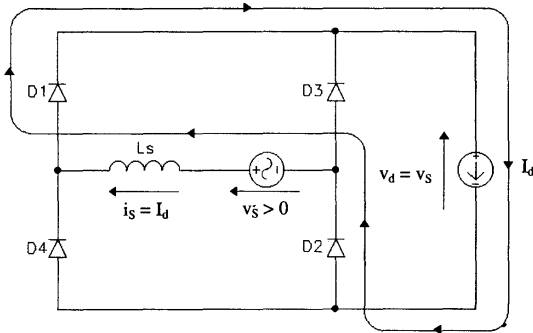


Fig. 2.26. ($\mu < \omega t < \pi$)

En la conmutación de los diodos en π tendremos un comportamiento similar, así:

$$\mu < \omega t < \pi \quad ; [v_s > 0, D_1 \text{ y } D_2 \text{ "on", } D_3 \text{ y } D_4 \text{ "off", } v_d = v_s].$$

$$\pi < \omega t < \pi + \mu \quad ; [v_s < 0, D_1, D_2, D_3 \text{ y } D_4 \text{ "on", } v_d = 0].$$

$$\pi + \mu < \omega t < 2\pi \quad ; [v_s < 0, D_1 \text{ y } D_2 \text{ "off", } D_3 \text{ y } D_4 \text{ "on", } v_d = -v_s].$$

Vemos que se va a producir el mismo efecto que aparecía en el rectificador de media onda, es decir, se va a tener una reducción en el valor medio de la tensión de salida, tal y como se puede observar en las formas de onda de la figura 2.27.

Para obtener el valor medio de tensión en la carga el proceso a seguir es similar al realizado para el rectificador de media onda. En el intervalo de conmutación ($0 < \omega t < \mu$) tendremos:

$$v_s = v_L = \sqrt{2} \cdot V_s \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) = \omega \cdot L_s \cdot \frac{di_s}{d(\omega \cdot t)} \quad (2.43)$$

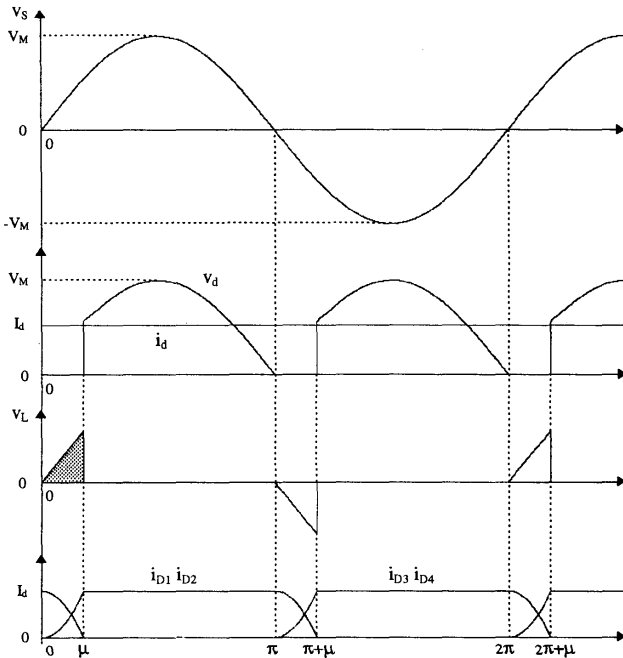


Fig. 2.27. Formas de onda en un rectificador de O.C. en puente con $i_d = I_o = \text{cte}$ y $L_s \neq 0$

De la expresión anterior se obtiene la siguiente que hace referencia al área perdida:

$$A_\mu = \int_0^\mu \sqrt{2} \cdot V_s \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot d(\omega \cdot t) = \omega \cdot L_s \cdot \int_{-I_d}^{I_d} di_s = 2 \cdot \omega \cdot L_s \cdot I_d \quad (2.44)$$

$$A_\mu = \sqrt{2} \cdot V_s \cdot (1 - \cos(\mu)) = 2 \cdot \omega \cdot L_s \cdot I_d \quad (2.45)$$

$$\cos(\mu) = 1 - \frac{2 \cdot \omega \cdot L_S \cdot I_d}{\sqrt{2} \cdot V_S} \quad (2.46)$$

Y dado que este proceso tiene lugar cada medio ciclo de la frecuencia de red, el valor medio de la tensión en la carga es:

$$V_d = V_{d0} - \frac{\text{Area } A_\mu}{\pi} = 0.9 \cdot V_S - \frac{2 \cdot \omega \cdot L_S \cdot I_d}{\pi} \quad (2.47)$$

donde, a partir de ahora se indicará con V_{d0} el valor medio de la tensión en la carga cuando se considere $L_S=0$, y con V_d cuando $L_S \neq 0$.

2.5.3. Rectificador de onda completa en puente, $v_d = V_d = cte$

El circuito a considerar es el mostrado en la figura siguiente, el cual es una aproximación del circuito que contempla un condensador de filtrado en la carga muy elevado ($C \rightarrow \infty \Rightarrow v_d = V_d = cte$):

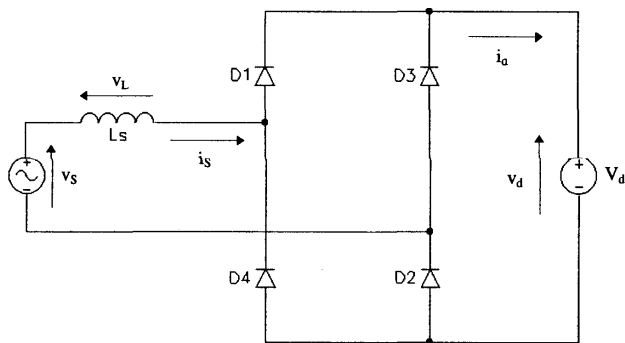


Fig. 2.28. Rectificador de O.C. en puente con $v_d = V_d = cte$ y $L_S \neq 0$

Para analizar el efecto de la inductancia de línea supondremos que esta es suficientemente pequeña para que la conducción sea discontinua. En tal caso podemos tomar el siguiente circuito equivalente.

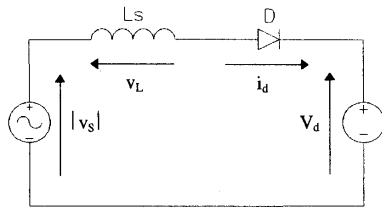


Fig. 2.29. Circuito equivalente

Para este circuito las formas de onda de tensión y corriente son las mostradas en la siguiente figura:

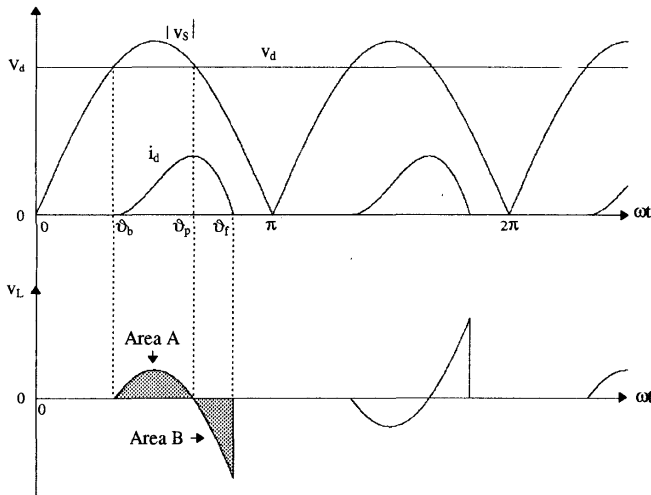


Fig. 2.30. Formas de onda en un rectificador de O.C. en puente con $v_d = V_d = \text{cte}$ y $L_s \neq 0$

En la anterior figura se observa que:

- $v_s > V_d$ en $\vartheta_b \Rightarrow D_1$ y D_2 ON $\Rightarrow v_L > 0$.
- i_d se hace máxima en ϑ_p , $v_s = V_d \Rightarrow v_L = 0$.
- Más allá de ϑ_p , $v_L < 0$.
- $i_d = 0$, en ϑ_f , cuando $Area A = Area B$.
- Lo anterior se vuelve a repetir en $\pi + \vartheta_b$

Para un valor dado de V_d , el valor medio de la corriente en la carga i_d se puede calcular como sigue:

$$1) \vartheta_b \Rightarrow V_d = \sqrt{2} \cdot V_s \cdot \text{sen}(\vartheta_b) \quad (2.48)$$

$$2) \vartheta_p \Rightarrow \vartheta_p = \pi - \vartheta_b \text{ por simetría.} \quad (2.49)$$

3) Cuando hay circulación de i_d :

$$v_L = L_s \cdot \frac{di_d}{dt} = \sqrt{2} \cdot V_s \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) - V_d \quad (2.50)$$

que integrando nos queda:

$$\omega \cdot L_s \cdot \int_{i_d(\vartheta_b)=0}^{i_d(\vartheta)} di_d = \int_{\vartheta_b}^{\vartheta} (\sqrt{2} \cdot V_s \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) - V_d) \cdot d(\omega \cdot t); \text{ Para } \vartheta > \vartheta_b \quad (2.51)$$

$$i_d(\vartheta) = \frac{1}{\omega \cdot L_s} \cdot \int_{\vartheta_b}^{\vartheta} (\sqrt{2} \cdot V_s \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) - V_d) \cdot d(\omega \cdot t) \quad (2.51)$$

4) Para encontrar ϑ_f :

$$0 = \frac{1}{\omega \cdot L_s} \cdot \int_{\vartheta_b}^{\vartheta_f} (\sqrt{2} \cdot V_s \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) - V_d) \cdot d(\omega \cdot t) \rightarrow Area A = Area B \quad (2.52)$$

5) Para calcular I_d (valor medio de i_d):

$$I_d = \frac{\int_{\vartheta_b}^{\vartheta_f} i_d(\vartheta) \cdot d(\vartheta)}{\pi} = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} i_d(\omega \cdot t) \cdot d(\omega \cdot t) \quad (2.53)$$

De lo anterior se desprende que $I_d = f(V_d)$, y viceversa. Normalizando V_d con V_{d0} e I_d con $I_{CC} = I_{CORTOCIRCUITO}$ siendo $I_{CC} = \frac{V_s}{\omega \cdot L_s} \Rightarrow V_d = 0$, se obtiene la siguiente figura que representa la citada dependencia.

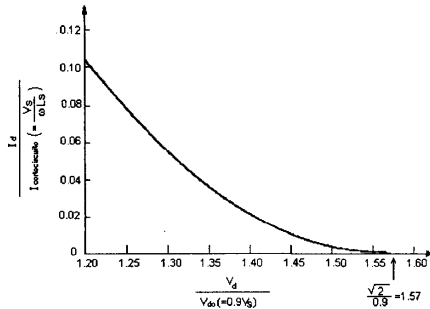


Fig. 2.31. I_d función de V_d

Si en un rectificador real $v_d = V_d$, debido a que el condensador de filtrado es muy elevado, podemos representar las características del rectificador de un modo general. Esto es DPF, THDi, PF CF como función de $I_d / I_{CORTOCIRCUITO}$, como se muestra en las dos gráficas siguientes:

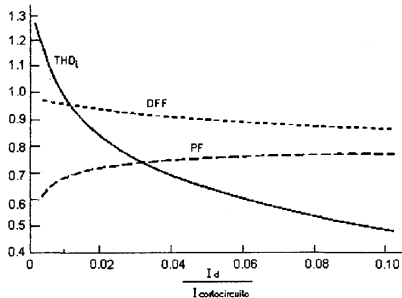


Fig. 2.32. DPF, THDi y PF función de $I_d / I_{CORTOCIRCUITO}$

BIBLIOTECA US

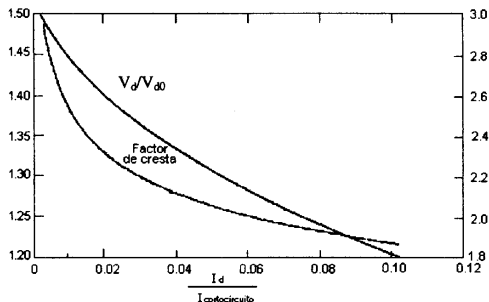


Fig. 2.33. V_d / V_{d0} y CF función de $I_d / I_{\text{CORTOCIRCUITO}}$

EJERCICIO 2.8.

En un rectificador monofásico en puente como el de la figura 2.23 se tiene $V_S = 120 \text{ V}$ a 50 Hz , $L_S = 1 \text{ mH}$ e $I_d = 10 \text{ A}$. Calcular el ángulo de conmutación μ , la tensión media en la carga V_b , y la potencia media entregada a la carga P_b . ¿Cuál es el porcentaje de caída de tensión, en la tensión media en la carga, V_b debido a L_S ?

2.6. RECTIFICADOR TRIFÁSICO DE MEDIA ONDA

En la siguiente figura se puede ver el circuito correspondiente a un rectificador trifásico de media onda con conexión en estrella (3 fases y neutro), con carga fuertemente inductiva $i_d = I_d = \text{cte}$.

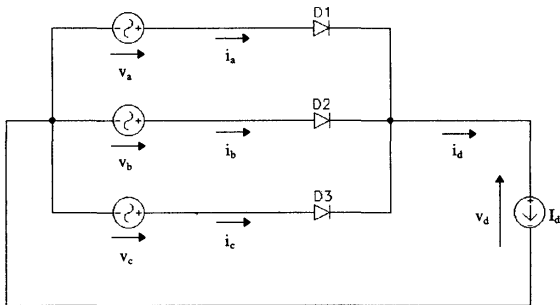


Fig. 2.34. Rectificador trifásico de media onda con conexión en estrella e $i_d = I_d = cte$

Las formas de onda en este rectificador se tienen en la figura 2.35. Como se observa en la citada figura, en cada instante conduce el diodo de la fase que tiene una tensión positiva mayor, estando los otros dos bloqueados. Así, si las tensiones de cada fase son:

$$\begin{aligned}
 v_a &= \sqrt{2} \cdot V_S \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) \\
 v_b &= \sqrt{2} \cdot V_S \cdot \cos(\omega \cdot t) \\
 v_c &= \sqrt{2} \cdot V_S \cdot \cos\left(\omega \cdot t - \frac{2 \cdot \pi}{3}\right)
 \end{aligned}
 \tag{2.54}$$

tendremos los siguientes intervalos:

$$\begin{aligned}
 \left[-\pi, -\frac{\pi}{3}\right] &\Rightarrow D_1 \rightarrow \text{On}, D_2 \text{ y } D_3 \rightarrow \text{Off} \Rightarrow v_d = v_a \\
 \left[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right] &\Rightarrow D_2 \rightarrow \text{On}, D_1 \text{ y } D_3 \rightarrow \text{Off} \Rightarrow v_d = v_b \\
 \left[\frac{\pi}{3}, \pi\right] &\Rightarrow D_3 \rightarrow \text{On}, D_1 \text{ y } D_2 \rightarrow \text{Off} \Rightarrow v_d = v_c
 \end{aligned}
 \tag{2.55}$$

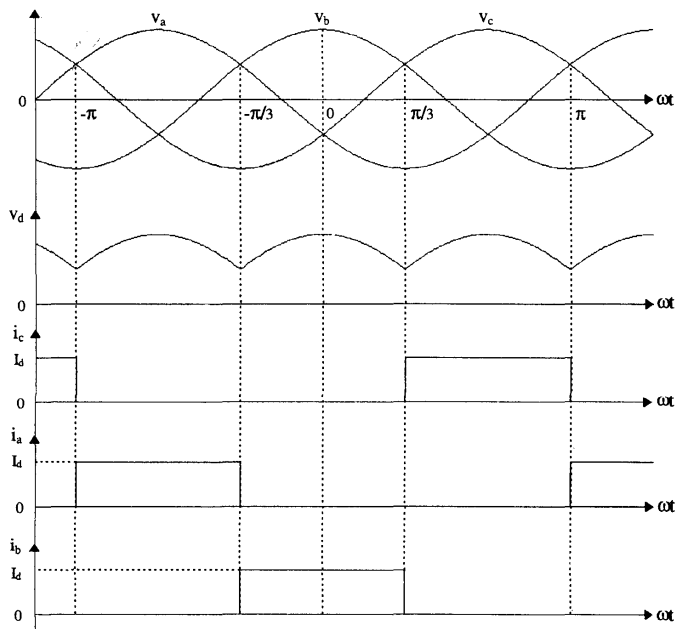


Fig. 2.35. Formas de onda en un rectificador trifásico de M.O. con conexión en estrella e $i_d = I_d = \text{cte}$

Así pues, el valor medio de la tensión en la carga vendrá dado por la siguiente expresión:

$$V_{d0} = \frac{1}{2 \cdot \frac{\pi}{6}} \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sqrt{2} \cdot V_s \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot d(\omega \cdot t) = \sqrt{2} \cdot V_s \cdot \frac{3}{\pi} \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{3}\right) \quad (2.56)$$

y el valor eficaz será:

$$V = \left[\frac{1}{2 \cdot \pi} \int_0^{\frac{\pi}{3}} 2 \cdot V_s^2 \cdot \cos^2(\omega \cdot t) \cdot d(\omega \cdot t) \right]^{\frac{1}{2}} = \quad (2.57)$$

$$= \sqrt{2} \cdot V_s \cdot \left[\frac{3}{2 \cdot \pi} \cdot \left(\frac{\pi}{3} + \frac{1}{2} \cdot \text{sen} \left(\frac{2\pi}{3} \right) \right) \right]^{\frac{1}{2}}$$

Así mismo la intensidad media que circula por la fase a es: $I_a = \frac{I_d}{3}$.

Por tanto, vemos que la intensidad tiene una componente de continua, que será perjudicial a efectos de la saturación del núcleo del transformador.

.. EJERCICIO 2.9.

Obtener el rendimiento, el factor de forma y el factor de rizado de un rectificador trifásico de media onda con conexión en estrella como el de la figura 2.34, comparando estos valores con los obtenidos para los rectificadores monofásicos de media y doble onda.

2.7. RECTIFICADOR TRIFÁSICO EN PUENTE COMPLETO

Está formado por seis diodos dispuestos como vemos en la 2.36. Para analizar este rectificador partiremos de suponer que $L_s = 0$. En tal caso tendremos en todo momento un diodo del grupo superior (D_1, D_3, D_5) y uno del grupo inferior (D_4, D_6, D_2) en conducción. De los de arriba conducirá aquel diodo que tenga la tensión más positiva en su ánodo y de los de abajo el que tenga la tensión más negativa en su cátodo. Los diodos aparecen numerados en la figura 2.36 según la secuencia de conducción: 1, 2, 3, 4... Las formas de onda que se obtienen con este circuito son las mostradas en la figura 2.37.

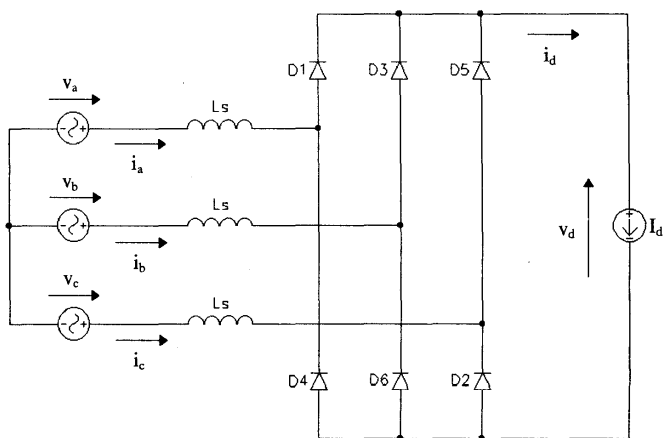


Fig. 2.36. Rectificador trifásico en puente completo con $i_d = I_d = cte$

En las formas de onda de la figura 2.37 observamos que la tensión en la carga es $v_d = v_p - v_N$, donde v_p y v_N son, respectivamente, la tensión más positiva y la más negativa en cada instante. Así mismo, la frecuencia de esta tensión (rizado) es de 6 veces la frecuencia de línea.

Por otra parte la corriente de una fase, por ejemplo i_a , es:

$$i_a = \begin{cases} I_d & \text{cuando } D_1 \text{ ON} \\ -I_d & \text{cuando } D_4 \text{ ON} \\ 0 & \text{cuando } D_1 \text{ y } D_4 \text{ OFF} \end{cases}$$

por lo tanto, en este tipo de rectificador no tenemos el inconveniente del anterior, es decir, la corriente de línea no posee componente continua.

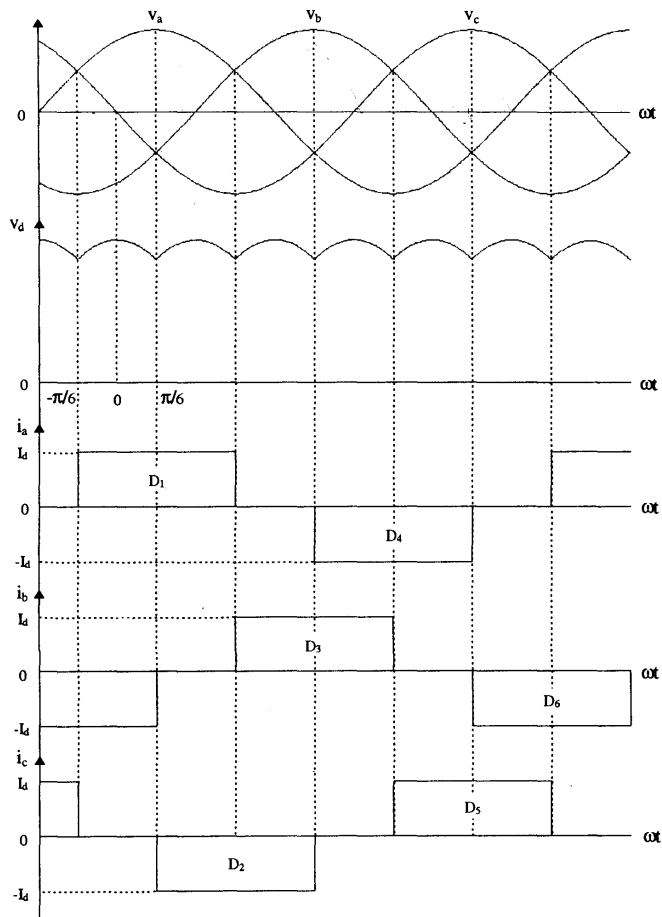


Fig. 2.37. Formas de onda en un rectificador trifásico en puente completo con $i_d = I_d = \text{cte}$

Para calcular el valor medio de la tensión en la carga fijaremos el origen de tiempos en el lugar indicado en la figura anterior. Aquí $v_{ab} = v_a - v_b$ es máxima.

$$v_d = v_{ab} = \sqrt{2} \cdot V_{LL} \cdot \cos(\omega \cdot t); \quad -\frac{\pi}{6} < \omega \cdot t < \frac{\pi}{6} \quad (2.58)$$

donde V_{LL} es el valor eficaz de la tensión compuesta. Por lo tanto, el valor medio de la tensión en la carga será:

$$V_{d0} = \frac{2}{\pi/3} \cdot \int_0^{\pi/6} \sqrt{2} \cdot V_{LL} \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot d(\omega \cdot t) = \frac{3}{\pi} \cdot \sqrt{2} \cdot V_{LL} = 1.35 \cdot V_{LL} \quad (2.59)$$

En la figura 2.38 se tiene representada una de las tensiones de fase junto con la corriente de esa fase, v_s e i_s , respectivamente, así como el primer armónico de corriente i_{s1} . En esta misma figura también se observa el contenido de armónicos de la corriente en una fase.

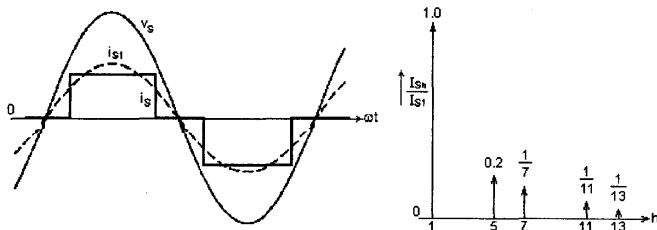


Fig. 2.38. Contenido de armónicos de la corriente en una fase

Usando la definición de valor eficaz, tenemos:

$$I_s = \sqrt{\frac{1}{\pi/2} \cdot \int_0^{\pi/2} I_d^2 \cdot d(\omega \cdot t)} = \sqrt{\frac{2}{\pi} \cdot I_d^2 \cdot \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6}\right)} = \sqrt{\frac{2}{3} \cdot I_d^2} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot I_d = 0.816 \cdot I_d \quad (2.60)$$

Desarrollando en serie de Fourier:

$$I_{s1} = \frac{1}{\pi} \cdot \sqrt{6} \cdot I_d = 0.18 \cdot I_d, \quad (2.61)$$

$$I_{sh} = \frac{I_{s1}}{h}; \quad h = 5, 7, 11, 13, \dots \quad (2.62)$$

$$DPF = \cos(\phi_1) = 1 \quad (2.63)$$

$$PF = \frac{0.78 \cdot I_d}{0.816 \cdot I_d} \cdot \cos(\phi_1) = 0.955 \quad (2.64)$$

EJERCICIO 2.10.

Obtener el rendimiento, el factor de forma y el factor de rizado de un rectificador trifásico en puente completo. Comparar estos valores con los obtenidos para el rectificador trifásico de media onda (estrella).

2.7.1. Efectos de L_s en la conmutación de corriente

En este caso consideramos que $L_s \neq 0$, por lo que la conmutación de corriente no será instantánea, siendo la consecuencia de esto la misma que en el rectificador monofásico. Es por ello que en este apartado nos limitaremos a exponer las ecuaciones necesarias para obtener la reducción en el valor medio de la tensión en la carga, obviando el repetir la explicación, que es extrapolable del caso del rectificador monofásico.

Para el estudio de la conmutación consideraremos la conmutación de corriente de D_5 a D_1 , fijando $\omega \cdot t = 0$, en ese instante.

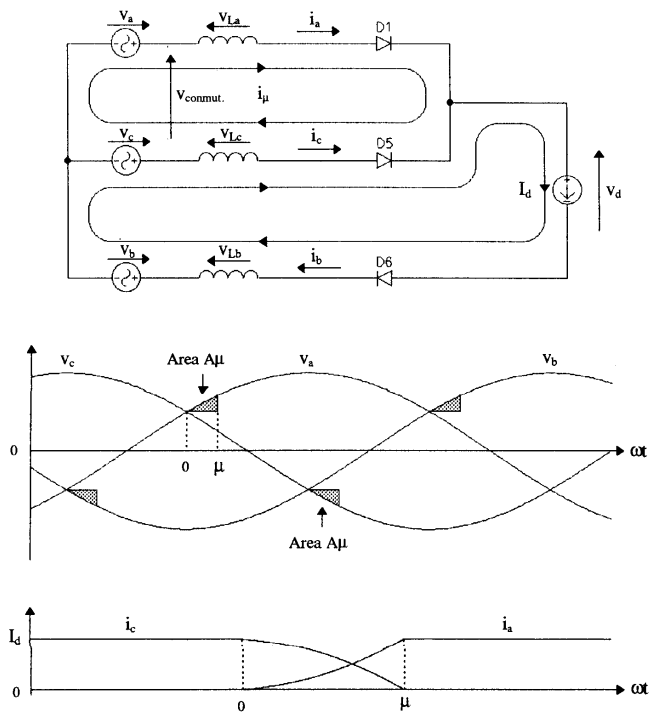
Fijándonos en la figura 2.39, vemos que:

$$v_{conmut.} = v_a - v_c$$

$$i_\mu = \text{corriente de conmutación}$$

$$i_a = i_\mu$$

$$i_c = I_d - i_\mu$$

Fig. 2.39. Efectos de $L_s \neq 0$ en la conmutación de corriente

Para $0 < \omega \cdot t < \mu \Rightarrow i_\mu$ varía de $0 \rightarrow I_d$.

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{La} = L_s \cdot \frac{di_a}{dt} = L_s \cdot \frac{di_\mu}{dt} \\ v_{Lc} = L_s \cdot \frac{di_c}{dt} = -L_s \cdot \frac{di_\mu}{dt} \end{array} \right. \quad (2.65)$$

$$v_{ac} = v_{conmut} = v_a - v_c = v_{La} - v_{Lc} = 2 \cdot L_S \cdot \frac{di_\mu}{dt} \quad (2.66)$$

$$L_S \cdot \frac{di_\mu}{dt} = \frac{v_a - v_c}{2} \quad (2.67)$$

$$\omega \cdot L_S \cdot di_\mu = \frac{v_a - v_c}{2} \cdot d(\omega \cdot t) \quad (2.68)$$

$$\omega \cdot L_S \cdot \int_0^\mu di_\mu = \int_0^\mu \frac{v_a - v_c}{2} \cdot d(\omega \cdot t) \quad (2.69)$$

$$v_a - v_c = v_{ac} = \sqrt{2} \cdot V_{LL} \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \quad (2.70)$$

$$\omega \cdot L_S \cdot \int_0^\mu di_\mu = \omega \cdot L_S \cdot I_d = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot V_{LL} \cdot (1 - \cos(\mu)) \quad (2.71)$$

Despejando la variable que nos interesa, nos queda:

$$\boxed{\cos(\mu) = 1 - \frac{2 \cdot \omega \cdot L_S \cdot I_d}{\sqrt{2} \cdot V_{LL}}} \quad (2.72)$$

$$v_d = \left(v_a - L_S \frac{di_\mu}{dt} \right) - v_b = \left(\frac{v_a + v_c}{2} \right) - v_b \quad (2.73)$$

La caída de tensión en v_d , durante la conmutación es:

$$A_\mu = \int_0^\mu \underbrace{L_S \cdot \frac{di_\mu}{dt}}_{v_{La}} \cdot d(\omega \cdot t) = \int_0^\mu \frac{v_a - v_c}{2} \cdot d(\omega \cdot t) = \omega \cdot L_S \cdot I_d \quad (2.74)$$

Este área se pierde cada 60° , luego la caída de tensión media, debido a la conmutación es:

$$\Delta V_d = \frac{\omega \cdot L_s \cdot I_d}{\pi/3} = \frac{3}{\pi} \cdot \omega \cdot L_s \cdot I_d \quad (2.75)$$

Luego para este tipo de rectificador la tensión media es:

$$V_d = V_{d0} - \Delta V_d = 1.35 \cdot V_{LL} - \frac{3}{\pi} \cdot \omega \cdot L_s \cdot I_d \quad (2.76)$$

2.7.2. Tensión constante en la carga, $v_d = V_d = \text{cte}$

El análisis del efecto de la inductancia de línea en este caso vuelve a ser extrapolable del análisis realizado para el rectificador monofásico.

Para simplificar nuestro análisis supondremos que la i_d fluye de forma discontinua. El circuito que tendremos será el de la figura 2.40. A partir de éste, con la hipótesis de i_d discontinua, podremos dibujar el circuito equivalente de la figura 2.41. En este circuito equivalente D_p corresponde a uno de los diodos D_1 , D_3 , D_5 , y D_N a uno de los diodos D_4 , D_6 , D_2 , siendo v_i la forma de onda mostrada en la figura 2.42.

Tal y como se hizo para rectificadores monofásicos, a partir del valor normalizado I_d/I_{cc} , podemos obtener los valores de V_d/V_{d0} , CF, THD_i, DPF y PF, de una manera generalizada, mediante las gráficas mostradas en las figuras 2.43 y 2.44, siempre que se pueda asumir que la tensión en la carga es constante.

Se define:

$$I_{cc} = \frac{V_{LL}/\sqrt{3}}{\omega \cdot L_s} \quad (2.77)$$

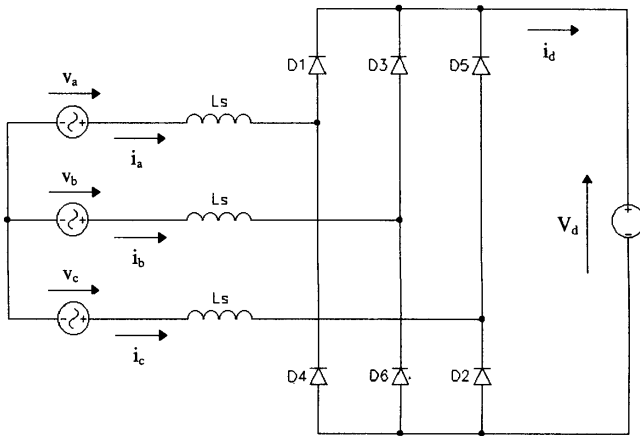


Fig. 2.40. Rectificador trifásico en puente completo con $v_d = V_d = \text{cte}$ y $L_s \neq 0$

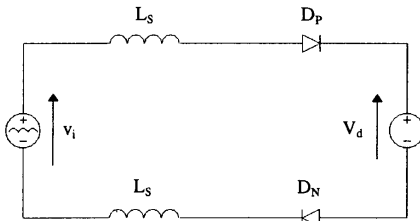


Fig. 2.41. Circuito equivalente

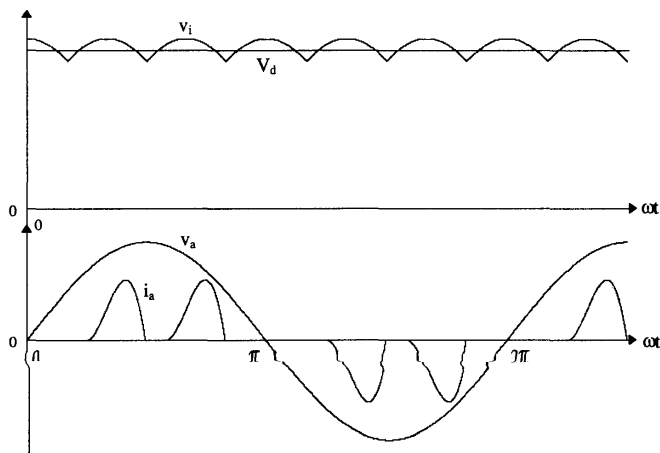


Fig. 2.42. Formas de onda de v_i , v_a e i_a

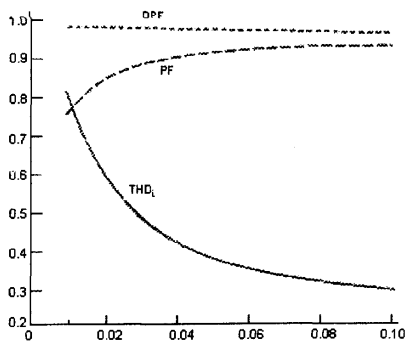


Fig. 2.43. DPF, THDi y PF función de $I_d / I_{CORTOCIRCUITO}$

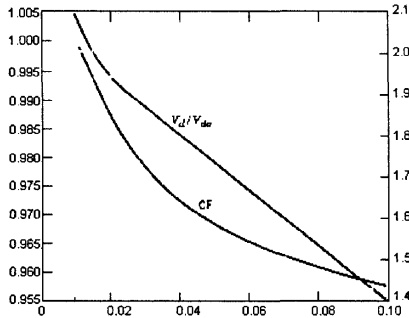


Fig. 2.44. V_d/V_{d0} y CF función de $I_d/I_{cortocircuito}$

2.8. COMPARACIÓN DE RECTIFICADORES MONOFÁSICOS Y TRIFÁSICOS

- La corriente de línea contiene más distorsión armónica en los monofásicos que en los trifásicos.
- Lo anterior lleva a un mejor factor de potencia en los trifásicos.
- Inferior rizado de i_d en los rectificadores trifásicos, lo que lleva a condensadores de menores capacidades.
- Menor regulación de V_d , de vacío a plena carga en los rectificadores trifásicos (generalmente $< 5\%$).

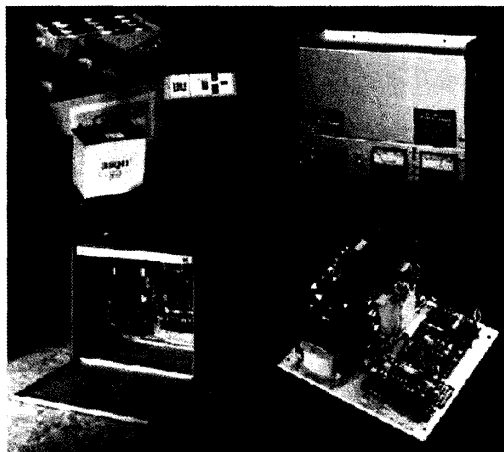
CAPÍTULO



RECTIFICADORES CONTROLADOS

3.1. INTRODUCCIÓN

Como se vio en el capítulo anterior, los circuitos rectificadores con diodos realizan la conversión de la tensión alterna de la red en tensión continua. Pero este tipo de rectificadores no nos permite controlar el valor medio de la tensión en la carga, dependiendo ésta de la tensión alterna y del tipo de rectificador empleado. Dado que en la industria existe un gran número de aplicaciones tales como los cargadores de baterías, alimentación y control de motores, equipos de calentamiento inductivo y capacitivo, equipos de soldadura, etc., en las que es necesario controlar el valor medio de la tensión en la carga, resulta de sumo interés el estudio de aquellos sistemas electrónicos que, además de realizar la rectificación, nos permitan realizar este control.



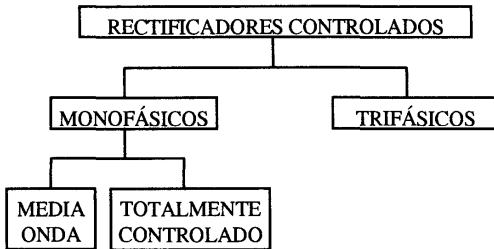
BI
BIBLIOTECA
US

Si en los circuitos rectificadores con diodos se sustituyen, total o parcialmente, los diodos por tiristores, se obtendrán sistemas de “*rectificación controlada*” que permiten la regulación del valor medio de la tensión en la carga, en función del ángulo de disparo de los tiristores.

Actualmente, debido a las constantes mejoras en dispositivos tales como los MOSFET e IGBT, se está extendiendo el uso de convertidores conmutados junto con rectificadores con diodos para obtener tensiones continuas regulables. De todas formas, los rectificadores controlados con tiristores continúan predominando en aquellas aplicaciones en las que se requieren potencias elevadas o en las que es necesario poder invertir el flujo de potencia, esto es, que el sistema rectificador pueda actuar también como inversor. Ejemplos de estas aplicaciones los encontramos en las líneas de distribución de energía eléctrica en forma de alta tensión continua y en la alimentación y control de motores en los que se aprovecha su capacidad de regeneración de energía, tal y como ocurre en el frenado de una máquina de tren.



En esta capítulo se estudiarán las diferentes topologías de los rectificadores monofásicos y trifásicos controlados, su principio de funcionamiento y sus principales características. Estas topologías quedan recogidas en el siguiente esquema:



3.2. PRINCIPIO DE OPERACIÓN DE UN RECTIFICADOR CONTROLADO

Los rectificadores controlados utilizan elementos semiconductores controlables (tiristores), gracias a los cuales podremos variar el valor medio de la tensión continua aplicada a la carga si controlamos su ángulo de disparo.

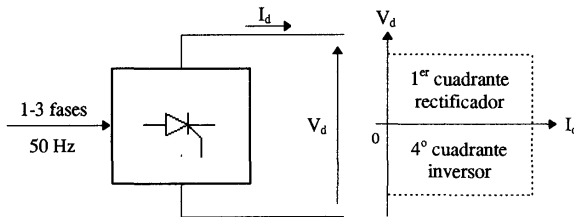


Fig. 3.1. Diagrama de bloques de un rectificador totalmente controlado de 2 cuadrantes

En la figura 3.1 se representa el diagrama de bloques de un rectificador totalmente controlado. En este tipo de rectificador el valor medio de la tensión aplicada a la carga, V_d , puede variar de un valor máximo positivo a un valor máximo negativo, sin embargo, la corriente I_d sólo puede tener un sentido positivo y fijado por los semiconductores. Debido a esto, el convertidor sólo puede trabajar en el primer cuadrante, en el que actúa como rectificador, o en el cuarto cuadrante, en el que actúa como inversor.

Cuando se necesita trabajar en los cuatro cuadrantes a causa de la aplicación, como puede ser el caso de un motor, se utilizarán dos convertidores de dos cuadrantes conectados en antiparalelo, tal y como se observa en la figura 3.2.

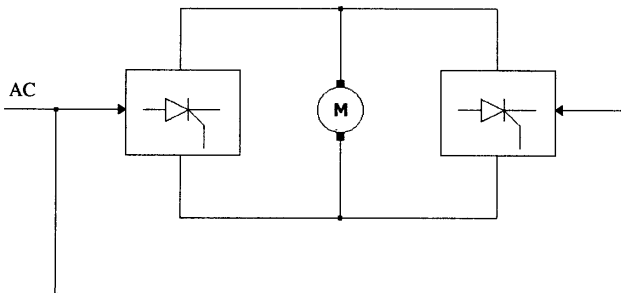


Fig. 3.2. Diagrama de bloques de un rectificador totalmente controlado de 4 cuadrantes

3.2.1. Rectificador controlado de media onda

En la figura 3.3 se representa un rectificador controlado de media onda con carga resistiva, el cual, como se puede observar, corresponde a un rectificador monofásico de media onda no controlado al cual se le ha sustituido el diodo por un tiristor.

En este rectificador nos encontramos con que a partir del instante $\omega t = 0$ la tensión v_s comienza el semiciclo positivo, con lo que el tiristor queda directamente polarizado, en cambio, la tensión en la carga será cero, puesto que el tiristor permanece bloqueado hasta que reciba un pulso de disparo de puerta.

Ahora, si en $\omega t = \alpha$ se aplica un pulso de disparo al tiristor, éste entrará en conducción, y la tensión v_s aparecerá aplicada a la carga $v_d = v_s$. El tiristor permanecerá en conducción durante el resto del semiciclo positivo hasta $\omega t = \pi$, instante en el que la corriente por el tiristor se anula y, por lo tanto, éste se bloquea. El tiristor permanece bloqueado durante todo el semiciclo negativo y parte del siguiente semiciclo positivo hasta $\omega t = 2\pi + \alpha$, instante en el que se vuelve a aplicar el pulso de disparo al tiristor.

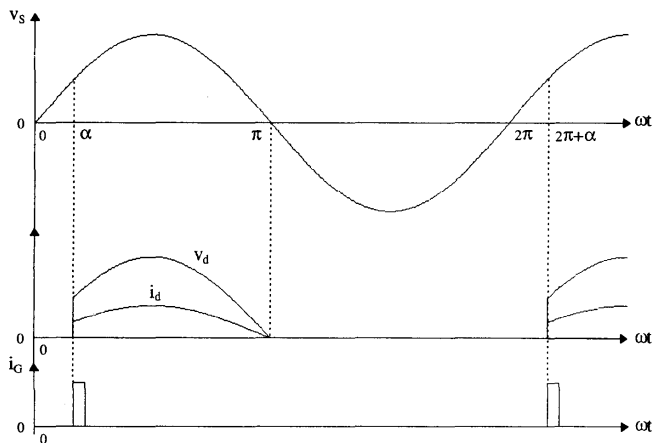
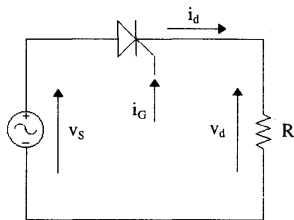


Fig. 3.3. Rectificador controlado de media onda con carga resistiva

Así pues, el valor medio de la tensión aplicada a la carga vendrá dado por:

$$V_d = \frac{1}{2 \cdot \pi} \int_{\alpha}^{\pi} v_s \cdot d(\omega \cdot t) = \frac{1}{2 \cdot \pi} \int_{\alpha}^{\pi} \sqrt{2} \cdot V_s \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \cdot d(\omega \cdot t) \rightarrow \quad (3.1)$$

$$\rightarrow V_d = \frac{\sqrt{2} \cdot V_s}{2 \cdot \pi} \cdot [1 + \cos \alpha]$$

Por lo tanto, controlando el ángulo de disparo α controlaremos el valor medio de la tensión en la carga, siendo los casos extremos:

$$\alpha = 0^\circ \rightarrow V_d = \frac{\sqrt{2} \cdot V_s}{\pi} \rightarrow \text{Rectificador de m.o. no controlado.} \quad (3.2)$$

$$\alpha = 180^\circ \rightarrow V_d = 0$$

En el caso de que la carga fuera de tipo R-L, el circuito y las formas de onda serían las de la figura 3.4. En este caso, una vez que se haya disparado el tiristor, la tensión en el inductor y la corriente vendrán dadas por:

$$\alpha < \omega \cdot t < \theta_2 \rightarrow \begin{cases} v_L(t) = L \cdot \frac{di}{dt} = v_s - v_R; v_R = R \cdot i \\ i(\omega \cdot t) = \int_{\alpha}^{\omega t} v_L \cdot d(\omega \cdot t) \end{cases} \quad (3.3)$$

Durante el intervalo $\alpha < \omega t < \theta_1$ la tensión en la bobina es positiva y la corriente, por lo tanto, será creciente hasta alcanzar un máximo en θ_1 . A partir de θ_1 la corriente comenzará a decrecer hasta hacerse cero en θ_2 , cuando Area A = Area B. A pesar de que en $\omega t = \pi$ la tensión v_s comienza el semiciclo negativo, el tiristor no se bloqueará hasta que la corriente se extinga en θ_2 . Debido a esto, durante el intervalo $\pi < \omega t < \theta_2$ aparecerá tensión negativa aplicada a la carga, lo cual podrá evitarse utilizando un diodo volante.

Por último, si la carga es del tipo L-E, el circuito y las formas de onda serán las mostradas en la figura 3.5.

EJERCICIO 3.1.

Analizar el funcionamiento del rectificador monofásico de media onda controlado con carga L-E.

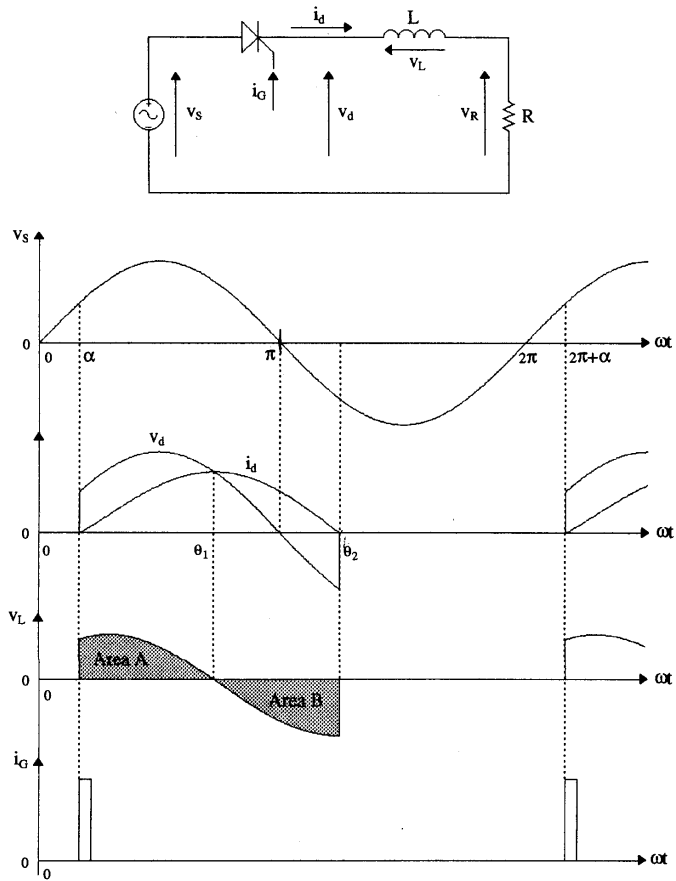


Fig. 3.4. Rectificador controlado de media onda con carga R-L.

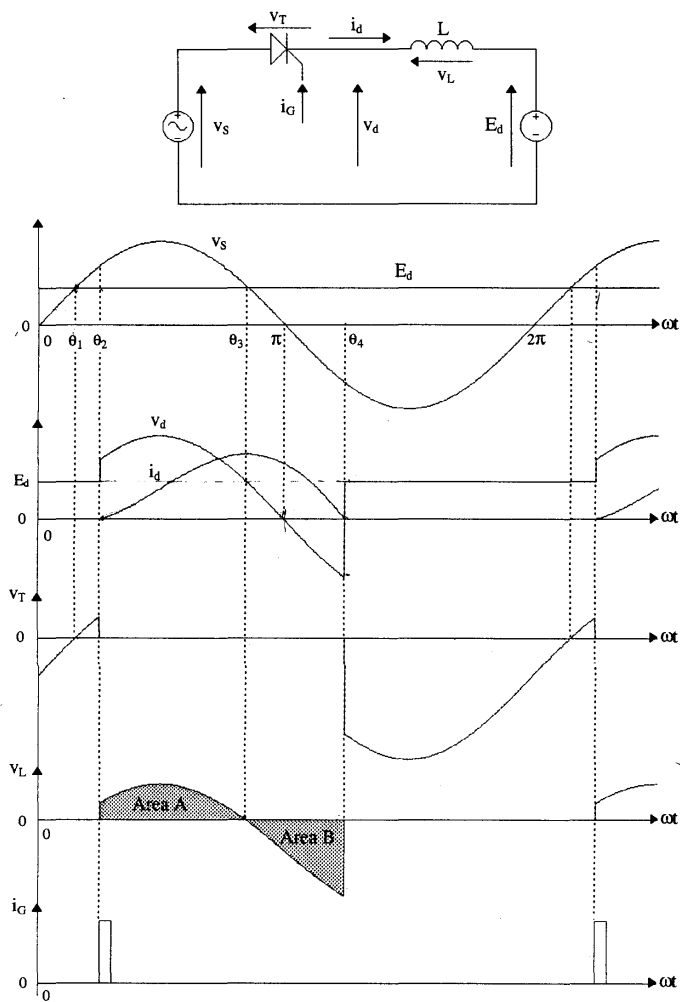


Fig. 3.5. Rectificador controlado de media onda con carga L-E

3.2.2. Control de los tiristores

Como hemos visto, controlando el ángulo de disparo de los tiristores se podía controlar el valor medio de la tensión en la carga. El ángulo de disparo deseado se obtendrá generando los pulsos de disparo, que se aplican en la puerta de los tiristores, en el momento adecuado.

Una práctica habitual para obtener los pulsos de disparo consiste en generar una forma de onda en diente de sierra sincronizada con la tensión v_s , la cual se compara con una tensión continua de referencia V_C cuyo nivel es regulable desde el control. En el instante en que la tensión del diente de sierra iguala a la tensión de control, se genera el pulso de disparo del tiristor. De esta forma, si la tensión máxima del diente de sierra es $V_{DS(max)}$, el ángulo de disparo será:

$$\alpha = 180^\circ \cdot \frac{v_c}{V_{DS(max)}} \quad (3.4)$$

Estos pulsos de disparo se pueden obtener directamente con circuitos integrados tales como el TCA780 y TCA785.

Un diagrama de bloques del circuito generador de pulsos y las diferentes formas de onda correspondientes se pueden ver en las figuras 3.6 y 3.7.

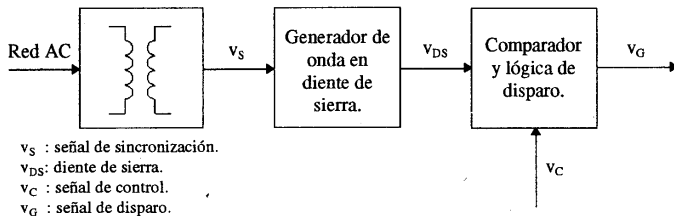


Fig. 3.6. Diagrama de bloques de un circuito generador de pulsos para el control de los tiristores

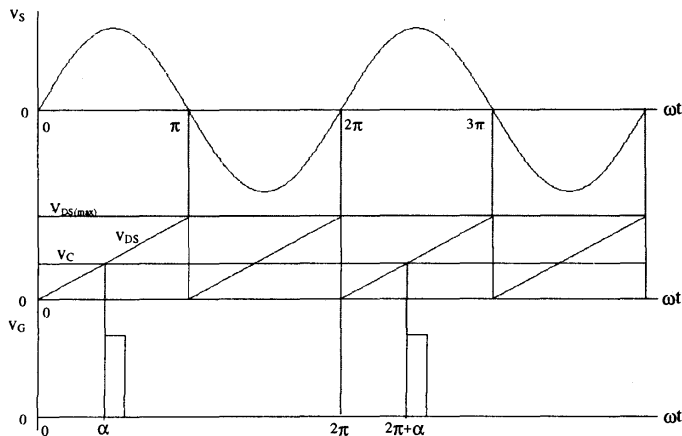


Fig. 3.7. Formas de onda en el circuito generador de pulsos

EJERCICIO 3.2.

En un rectificador controlado de media onda, como el mostrado en la figura 3.3, se tiene que $v_s = 100 \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \rightarrow f = 50\text{Hz}$. Si para generar los pulsos de disparo se utiliza un circuito como el mostrado en la figura 3.6, en el que la tensión máxima del diente de sierra es $V_{DS(\text{max})} = 2\text{V}$, calcular la tensión de control V_c necesaria para obtener un valor medio de tensión en la carga de 20V .

3.3. RECTIFICADORES MONOFÁSICOS TOTALMENTE CONTROLADOS

3.3.1. Funcionamiento idealizado con $L_s = 0$ e $i_d = I_d = \text{cte}$

En la figura 3.8 se puede observar el esquema correspondiente a un rectificador monofásico totalmente controlado, donde la carga actúa como una fuente de corriente constante y la inductancia de línea se ha despreciado.

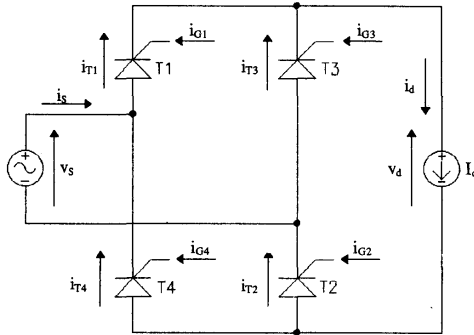


Fig. 3.8. Rectificador monofásico totalmente controlado con $L_s = 0$ e $i_d = I_d = cte$

Para $v_s > 0$ no existe conducción de T_1 y T_2 hasta que se produzca el disparo de éstos. Si consideramos el régimen estacionario, para $\omega t < \alpha$ (donde α es el ángulo de retraso o de disparo) la corriente debe estar circulando por T_3 y T_4 , con lo que $v_d = -v_s$. En $\omega t = \alpha$ la corriente I_d pasa de forma instantánea ($L_s = 0$) a circular por T_1 y T_2 , ya que están correctamente polarizados y se produce su disparo, por lo que se tendrá $v_d = v_s$. T_1 y T_2 conducen hasta $\pi + \alpha$, donde T_3 y T_4 son nuevamente disparados. Las formas de onda en este rectificador se pueden ver en la figura 3.9.

Como es fácil de intuir, la tensión media en la carga dependerá del ángulo de disparo α , tal y como se demuestra en las siguientes ecuaciones:

$$V_{d\alpha} = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi+\alpha} \sqrt{2} \cdot V_s \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \cdot d(\omega \cdot t) = \frac{2 \cdot \sqrt{2} \cdot V_s}{\pi} \cdot \cos(\alpha) = 0.9 \cdot V_s \cdot \cos(\alpha)$$

(3.5)

$$\begin{cases} \alpha = 0 & \Rightarrow V_d = 0.9 \cdot V_s \\ \alpha = \pi/2 & \Rightarrow V_d = 0 \\ \alpha = \pi & \Rightarrow V_d = -0.9 \cdot V_s \end{cases}$$

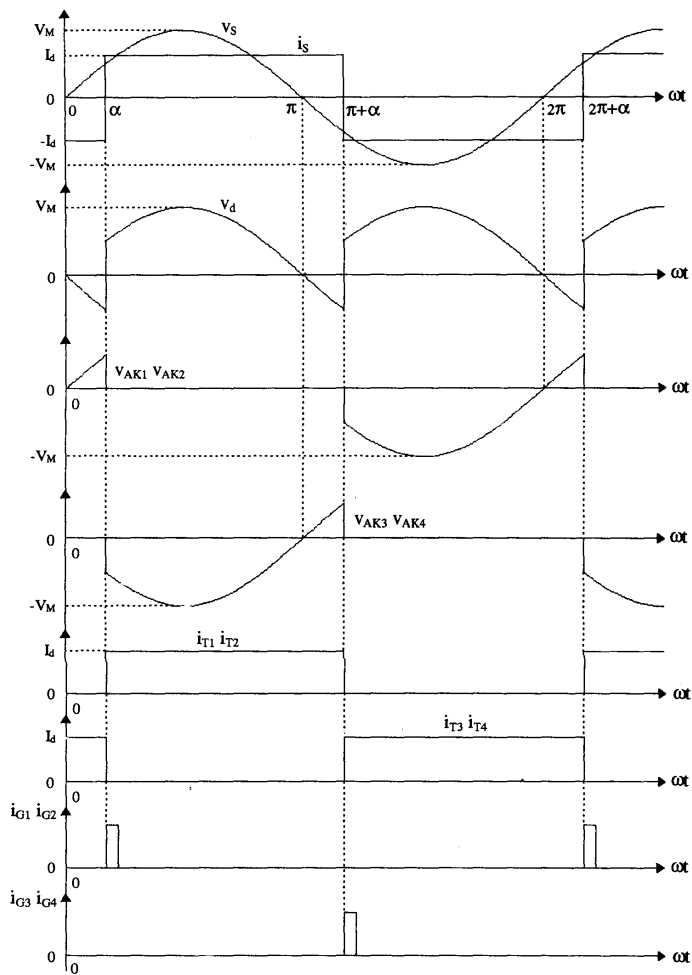


Fig. 3.9. Formas de onda en un rectificador monofásico totalmente controlado con $L_S = 0$ e $i_d = I_d = cte$

Se observa que para ángulos de disparo menores que $\pi/2$ la tensión media en la carga será positiva, y para ángulos mayores negativa, y puesto que la corriente en la carga es siempre la misma, resulta que en el primer caso la carga está absorbiendo potencia y en el segundo la está aportando a la red. Para comprobar la anterior afirmación vamos a determinar la potencia media consumida por la carga en función del ángulo de disparo α de los tiristores.

$$P = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T p(t) \cdot d(t) = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T v_d \cdot i_d \cdot d(t) =$$

$$= I_d \cdot \left(\frac{1}{T} \cdot \int_0^T v_d \cdot d(t) \right) = I_d \cdot V_d = 0.9 \cdot V_s \cdot I_d \cdot \cos(\alpha) \quad (3.6)$$

$$\alpha < \pi/2 \Rightarrow P > 0 \text{ La carga absorbe potencia : rectificador.} \quad (3.7)$$

$$\alpha > \pi/2 \Rightarrow P < 0 \text{ La carga aporta potencia : inversor.}$$

Debido a la simetría de media onda de i_s , solamente tendremos armónicos impares, quedando el desarrollo en serie de Fourier de la siguiente forma:

$$i_s(\omega \cdot t) = \sqrt{2} \cdot I_{s1} \cdot \sin(\omega \cdot t - \alpha) + \sqrt{2} \cdot I_{s3} \cdot \sin[3 \cdot (\omega \cdot t - \alpha)] + \dots$$

$$I_{s1} = \frac{2}{\pi} \cdot \sqrt{2} \cdot I_d = 0.9 \cdot I_d \quad (3.8)$$

$$I_{Sh} = \frac{I_{s1}}{h}$$

El valor eficaz de i_s , aplicando la definición, resulta ser $I_s = I_d$, por lo que los parámetros más importantes serán:

$$THD = \frac{I_{dist}}{I_{s1}} = \frac{\sqrt{I_s^2 - I_{s1}^2}}{I_{s1}} = 0.484 \Rightarrow 48.4\% \quad (3.9)$$

$$\cos(\phi_1) = \cos(\alpha) \quad (3.10)$$

$$PF = \frac{P}{S} = \frac{I_{s1}}{I_s} \cdot \cos(\phi_1) = 0.9 \cdot \cos(\alpha) \quad (3.11)$$

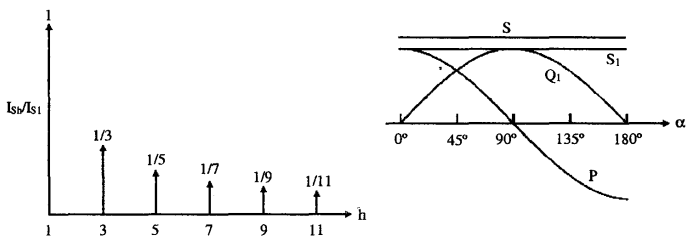


Fig. 3.10. a) Contenido de armónicos de i_s
b) Relación de potencias en función del ángulo de disparo

La potencia activa también puede calcularse desde la fuente, obteniéndose un resultado análogo al obtenido en (3.7):

$$P = V_s \cdot I_{s1} \cdot \cos(\phi_1) = 0.9 \cdot V_s \cdot I_d \cdot \cos(\alpha) \quad (3.12)$$

La potencia reactiva para la componente fundamental es:

$$Q_1 = V_s \cdot I_{s1} \cdot \sin(\phi_1) = 0.9 \cdot V_s \cdot I_d \cdot \sin(\alpha) \quad (3.13)$$

Y la potencia aparente:

$$S_1 = V_s \cdot I_{s1} = \sqrt{(P^2 + Q_1^2)} \quad (3.14)$$

EJERCICIO 3.3.

Analizar el efecto que tiene sobre la red el trabajar con un ángulo de disparo de 90° , en un rectificador monofásico totalmente controlado, como el mostrado en la figura 3.8, ¿y sobre los tiristores?. ¿Cuál es la diferencia fundamental entre un rectificador controlado de media onda y uno totalmente controlado?. Considerando los tiristores como componentes no ideales ¿con qué ángulo de disparo tendremos la mayor tensión media en la carga?.

3.3.2. Efectos de L_S

En este apartado vamos a considerar que la inductancia de línea L_S no es despreciable, por lo que el rectificador monofásico totalmente controlado quedará tal y como se muestra en la figura 3.11.

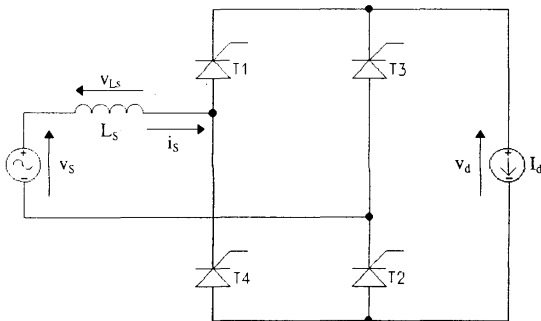


Fig. 3.11. Rectificador monofásico totalmente controlado con $L_S \neq 0$ e $i_d = I_d = cte$

Considerando la existencia de una inductancia de línea, la corriente i_S deberá variar de forma continua, análogamente a como ocurría en los rectificadores no controlados. Existirá, pues, un intervalo de conmutación μ , que será función de α , durante el cual todos los tiristores conducen y $v_d = 0$, siendo $v_s = v_{Ls}$.

$$v_s = v_{Ls} = L_S \cdot \frac{di_S}{dt} = \omega \cdot L_S \cdot \frac{di_S}{d(\omega \cdot t)} \quad (3.15)$$

Integrando en el intervalo de conmutación queda:

$$\int_{\alpha}^{\alpha+\mu} \sqrt{2} \cdot V_S \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \cdot d(\omega \cdot t) = \omega \cdot L_S \cdot \int_{-I_d}^{I_d} di_S = 2 \cdot \omega \cdot L_S \cdot I_d \quad (3.16)$$

El primer término en la igualdad de la ecuación anterior es el área A_μ , que aparece sombreada en la figura 3.12.

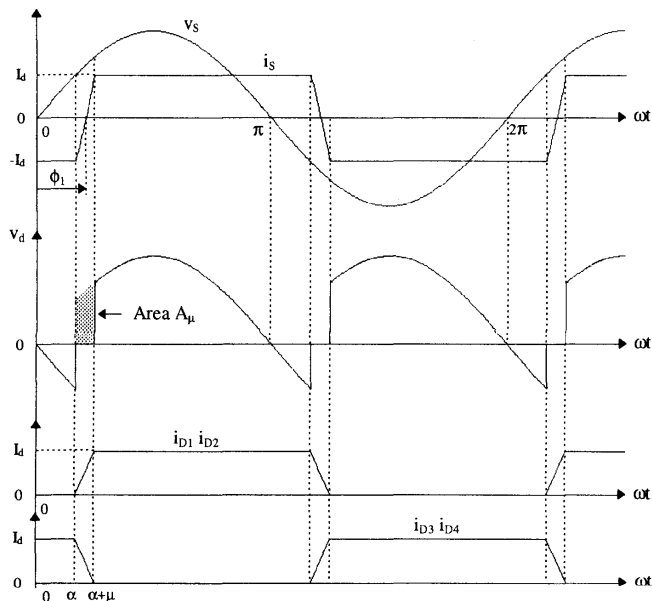


Fig. 3.12. Formas de onda en un rectificador monofásico totalmente controlado con $L_s \neq 0$ e $i_d = I_d = cte$

Este área A_μ vendrá dado por:

$$A_\mu = \sqrt{2} \cdot V_s \cdot [\cos(\alpha) - \cos(\alpha + \mu)] = 2 \cdot \omega \cdot L_s \cdot I_d \quad (3.17)$$

y operando nos queda:

$$\cos(\alpha + \mu) = \cos(\alpha) - \frac{2 \cdot \omega \cdot L_s \cdot I_d}{\sqrt{2} \cdot V_s} \quad (3.18)$$

De las anteriores expresiones se desprende que A_μ es independiente de α , por lo que μ será mínimo para $\alpha = 90^\circ$ (a mayor altura, para igual área A_μ , le corresponde menor intervalo de conmutación).

La reducción en la tensión media debido a L_s es:

$$\Delta V_{d\mu} = \frac{A_\mu}{\pi} = \frac{2 \cdot \omega \cdot L_s \cdot I_d}{\pi} \quad (3.19)$$

quedando la tensión media aplicada a la carga como sigue:

$$V_d = V_{d\alpha} - \Delta V_{d\mu} = 0.9 \cdot V_s \cdot \cos(\alpha) - \frac{2}{\pi} \cdot \omega \cdot L_s \cdot I_d \quad (3.20)$$

Así mismo, en la figura 3.12 se observa que i_s tiene una forma de onda trapezoidal, por lo cual se cumple que:

$$\phi_i = \alpha + \frac{1}{2} \cdot \mu \quad (3.21)$$

Teniendo en cuenta esto, e igualando la potencia activa o consumida en el lado de continua y en el de alterna, se puede obtener el valor eficaz de la componente fundamental de i_s .

$$P = \underbrace{V_d \cdot I_d}_{DC} = \underbrace{V_s \cdot I_{S1}}_{AC} \cdot \cos(\phi_i) \quad (3.22)$$

$$V_d \cdot I_d = 0.9 \cdot V_s \cdot I_d \cdot \cos(\alpha) - \frac{2}{\pi} \cdot \omega \cdot L_s \cdot I_d^2 \quad (3.23)$$

$$I_{S1} = \frac{0.9 \cdot V_s \cdot I_d \cdot \cos(\alpha) - \frac{2}{\pi} \cdot \omega \cdot L_s \cdot I_d^2}{V_s \cdot \cos\left(\alpha + \frac{1}{2} \cdot \mu\right)} \quad (3.24)$$

Calculando I_s (valor eficaz de i_s), por aplicación de la definición, y combinándolo con I_{S1} , podemos obtener la distorsión total armónica y el factor de potencia.

3.3.3. Rectificadores reales (carga R-L-E)

En este apartado vamos a considerar el caso de que tengamos un rectificador monofásico totalmente controlado, con L_S no despreciable, y cuya carga es un circuito R-L-E serie. Este caso corresponde, por ejemplo, a tener un motor de corriente continua como carga, y aparece reflejado en la figura 3.13.

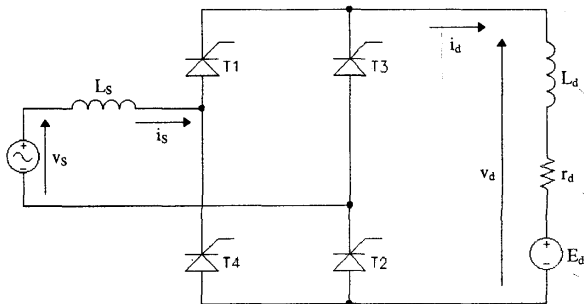


Fig. 3.13. Rectificador monofásico totalmente controlado con $L_S \neq 0$ y carga R-L-E

En el circuito anterior podemos considerar dos casos, según la conducción de la corriente en la carga sea continua o discontinua.

Cuando la conducción sea continua las formas de onda a considerar serán las mostradas en la figura 3.14. En esta figura se observa el intervalo finito de conmutación μ y que v_d no coincide con v_s , debido a la caída de tensión producida en L_S por efecto de rizado de i_d .

La tensión media en la carga es aproximadamente:

$$V_d = 0.9 \cdot V_s \cdot \cos(\alpha) - \frac{2}{\pi} \cdot \omega \cdot L_S \cdot I_{d, \min} \quad (3.25)$$

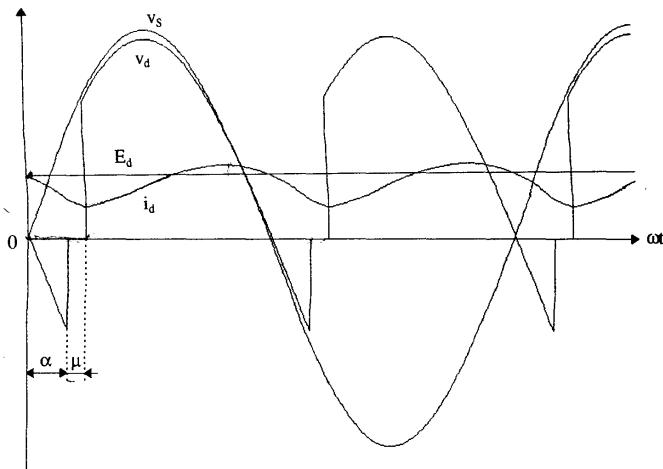


Fig. 3.14. Conducción continua

Para obtener el valor medio de i_d plantearémos la ecuación diferencial:

$$v_d = r_d \cdot i_d + L_d \cdot \frac{di_d}{dt} + E_d \quad (3.26)$$

Integrando en un período y dividiendo por este tenemos:

$$\frac{1}{T} \cdot \int_0^T v_d \cdot dt = \frac{r_d}{T} \cdot \int_0^T i_d \cdot dt + \frac{L_d}{T} \cdot \underbrace{\int_0^T di_d}_{i_d(0) - i_d(T) = 0} + E_d \Rightarrow \quad (3.27)$$

$$V_d = r_d \cdot I_d + E_d \Rightarrow I_d = \frac{V_d - E_d}{r_d}$$

Luego por medio de α , controlamos V_d , y al mismo tiempo I_d ; controlando de esta manera el flujo de potencia suministrado a la carga.

Por otra parte, cuando tengamos pequeñas cargas y una E_d elevada, es decir, bajos valores de I_d , entraremos en conducción discontinua, siendo las formas de onda resultantes las mostradas en la figura 3.15.

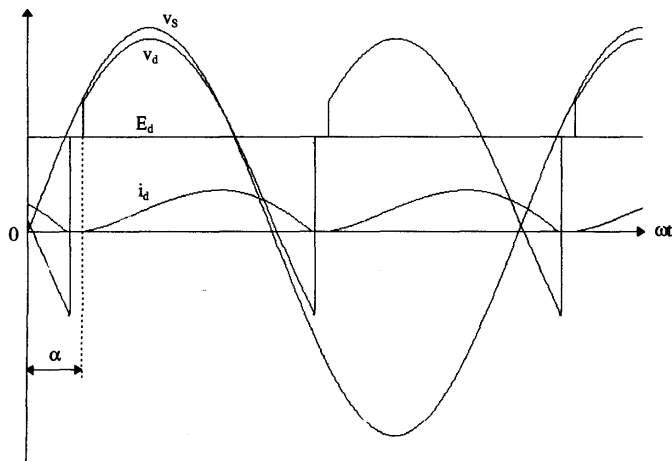


Fig. 3.15. Conducción discontinua

3.3.4. Funcionamiento como inversor

Considerando el rectificador monofásico totalmente controlado, con fuente de corriente constante en el lado de continua, como el mostrado en la figura 3.16, el modo de funcionamiento como inversor lo tendremos siempre que el ángulo de disparo esté comprendido entre 90° y 180° . En este caso el flujo de potencia es desde el lado de continua al lado de alterna (siendo esto posible debido a que tenemos una fuente de energía en el lado de continua).

Recordemos que en un rectificador monofásico totalmente controlado, como el mostrado en la figura 3.16, la potencia media consumida por la carga viene dada por:

$$P_d = V_d \cdot I_d = 0.9 \cdot V_s \cdot \cos(\alpha) \quad (3.28)$$

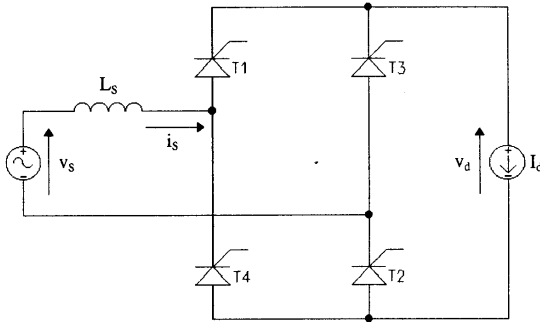


Fig. 3.16. Rectificador monofásico totalmente controlado

Donde si $\alpha > 90^\circ$, resultará que la potencia media consumida por la carga es negativa, esto es, la carga está aportando potencia a la red.

Así mismo, si analizamos la potencia que suministra la red veremos que ésta viene dada por:

$$P_d = V_s \cdot I_{s1} \cdot \cos(\phi_1) \quad (3.29)$$

donde $\phi_1 \geq \alpha \geq 90^\circ$ y, por lo tanto, la potencia suministrada por la red será negativa, o lo que es lo mismo, la red absorbe la potencia suministrada por la carga. Las formas de onda para este modo de funcionamiento se observan en la figura 3.17.

Generalmente el caso de una fuente de intensidad constante en la carga no es un caso real, siendo mucho más frecuente encontrarnos con una carga como la mostrada en la figura 3.18, donde ésta puede ser la representación de una batería, una fuente fotovoltaica, o la alimentación de un motor de continua trabajando en cuatro cuadrantes.

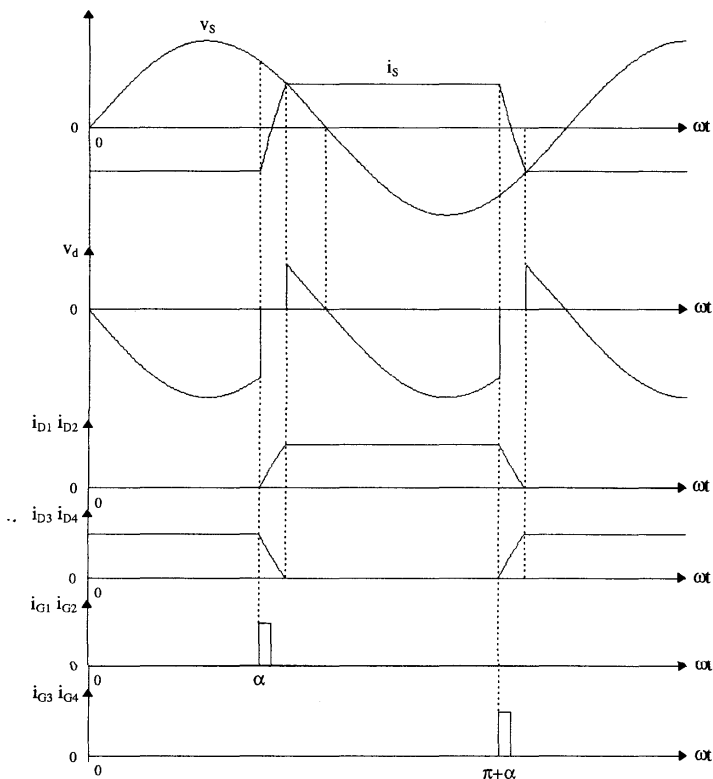


Fig. 3.17. Formas de onda en un rectificador monofásico totalmente controlado con $L_S \neq 0$, $i_d = I_d = \text{cte}$ y $90^\circ < \alpha < 180^\circ$

Si en el circuito de la figura 3.18 suponemos que L_d es muy grande, i_d se puede asumir prácticamente constante, luego las formas de onda mostradas en la figura 3.17 también serán válidas en este caso.

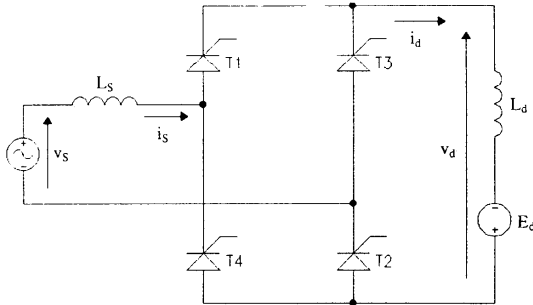


Fig. 3.18. Carga real

Dado que en régimen estacionario el valor medio de la tensión en L_d debe ser nulo, $V_{L_d} = 0$, podemos decir que:

$$-E_d = V_d = V_{d0} \cdot \cos(\alpha) - \frac{2}{\pi} \cdot \omega \cdot L_s \cdot I_d \quad (3.30)$$

Si i_d no fuera constante, el valor a utilizar en la ecuación anterior sería $I_d = i_d(\alpha)$ (valor mínimo).

Es posible realizar la representación gráfica de la ecuación anterior para diferentes valores de α , obteniéndose unas gráficas similares a las mostradas en la figura 3.19, donde para un valor dado de E_d y un ángulo α se puede obtener el valor medio de la corriente en la carga I_d .

Con respecto a la tensión que soportan los tiristores, en la figura 3.20 se representa la correspondiente al tiristor 3, observándose que:

$$\gamma = 180^\circ - (\alpha + \mu) \quad (3.31)$$

Por lo tanto, para poder asegurar el bloqueo de los tiristores deberá cumplirse que:

$$t_\gamma = \frac{\gamma}{\omega} > t_q \quad (\text{tiempo de bloqueo del tiristor}) \quad (3.32)$$

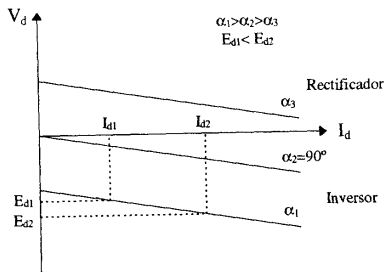


Fig. 3.19. I_d función de α y E_d

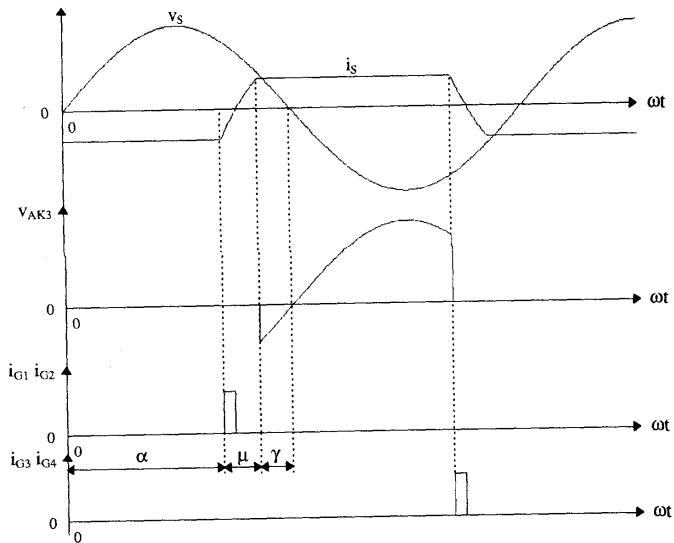
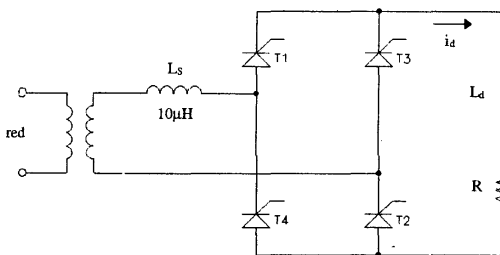


Fig. 3.20. Tensión en un tiristor

Por último, cabe reseñar que para el funcionamiento en modo inversor suele arrancarse con α grande, del orden de 165° - 170° , obteniendo de esta manera una i_d discontinua y pequeña, y posteriormente α se disminuye hasta alcanzar el valor de I_d deseado.

EJERCICIO 3.4.

El rectificador monofásico de la figura está alimentando a una carga de continua de 1 kW. A la entrada colocamos un transformador de 1.5 kVA con una tensión nominal en el primario o lado de red de 120 V a 50 Hz. Dicho transformador tiene una reactancia total del 8 % de su impedancia base. La fuente de alterna (red) es de 115V (-10 %, +5 %). Se considerará que L_d es suficientemente grande para suponer que $i_d = I_d = cte$. Calcular la relación de espiras mínima entre secundario y primario, si la tensión de continua V_d debe ser regulada a un valor constante de 100V. ¿Cuál es el valor de α (ángulo de disparo) cuando en la red se tengan 115V+5%?



3.4. RECTIFICADORES TRIFÁSICOS TOTALMENTE CONTROLADOS

Antes de comenzar con el estudio de los rectificadores trifásicos totalmente controlados, es muy conveniente que el lector repase el funcionamiento del rectificador trifásico en puente completo de diodos, puesto que facilitará notablemente la comprensión de los apartados que a continuación se van a desarrollar.

3.4.1. Funcionamiento idealizado con $L_s = 0$ e $i_d = I_d = cte$

En la figura 3.21 se muestra el esquema de un rectificador trifásico totalmente controlado, en el que se ha considerado que la inductancia de línea es despreciable y que la carga actúa como una fuente de corriente constante.

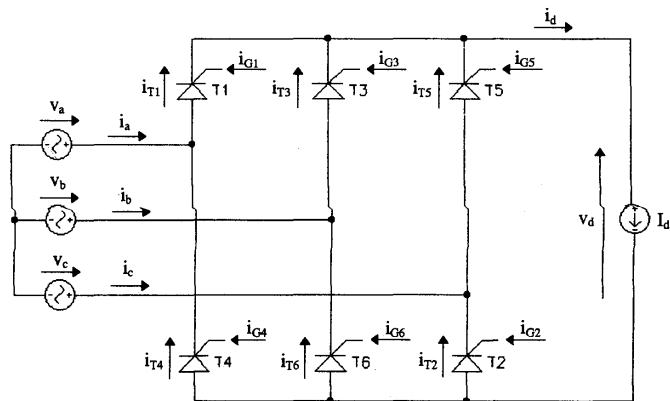


Fig. 3.21. Rectificador trifásico totalmente controlado con $L_s = 0$ e $i_d = I_d = cte$

Dado que $i_d = I_d = cte$, en todo momento debe de haber un tiristor del grupo superior (T_1, T_3, T_5) y uno del grupo inferior (T_4, T_6, T_2) en conducción. La secuencia de disparo de los tiristores corresponde a la numeración de éstos en la figura (1, 2, 3, 4, 5, 6, 1, 2...), disparándose los tiristores cada 60° y con un ángulo de retraso α respecto al punto de conmutación natural, que es aquél en el que empezarían a conducir los diodos en un rectificador trifásico en puente completo.

En la figura 3.22 se tienen las formas de onda que se obtendrían con un ángulo de disparo α tal que:

$$0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$$

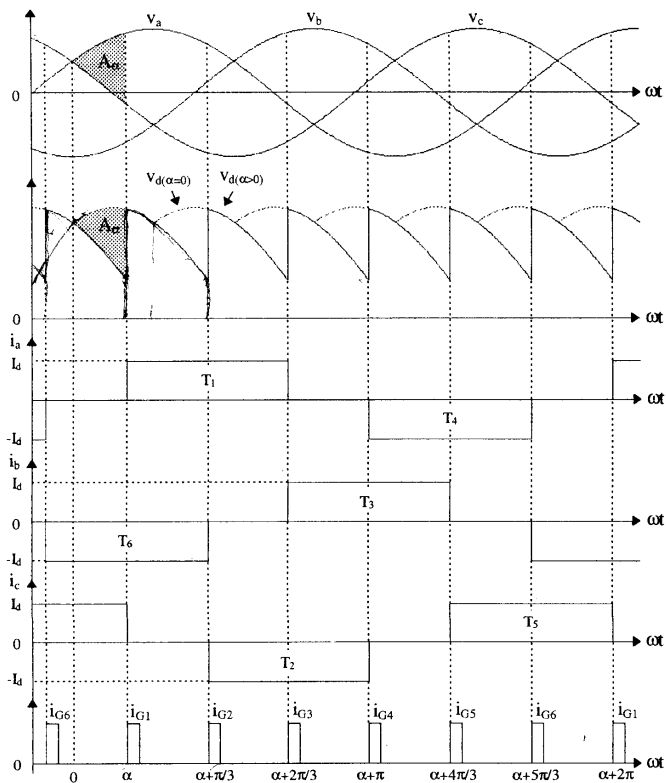


Fig. 3.22. Formas de onda en un rectificador trifásico totalmente controlado con $L_S = 0$, $i_d = I_d = cte$ y $0 < \alpha < \pi/2$

Observando estas formas de onda se deduce que la tensión media en la carga vendrá dada por:

$$\begin{aligned}
 V_{d\alpha} &= \frac{1}{\pi/3} \cdot \int_{\frac{\pi}{3}+\alpha}^{\frac{2\pi}{3}+\alpha} v_{ab} \cdot d(\omega \cdot t) = \frac{1}{\pi/3} \cdot \int_{\frac{\pi}{3}+\alpha}^{\frac{2\pi}{3}+\alpha} \sqrt{2} \cdot V_{LL} \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \cdot d(\omega \cdot t) = \\
 &= \frac{3 \cdot \sqrt{2} \cdot V_{LL}}{\pi} \cdot \left[\cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) - \cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{3} + \alpha\right) \right]
 \end{aligned} \tag{3.33}$$

y dado que:

$$\begin{aligned}
 \cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) &= \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) \cdot \cos(\alpha) - \text{sen}\left(\frac{\pi}{3}\right) \cdot \text{sen}(\alpha) \\
 -\cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{3} + \alpha\right) &= -\cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{3}\right) \cdot \cos(\alpha) + \text{sen}\left(\frac{2 \cdot \pi}{3}\right) \cdot \text{sen}(\alpha)
 \end{aligned} \tag{3.34}$$

.. se puede obtener la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}
 &\cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) - \cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{3} + \alpha\right) = \\
 &= \left(\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) - \cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{3}\right) \right) \cdot \cos(\alpha) - \left(\text{sen}\left(\frac{\pi}{3}\right) - \text{sen}\left(\frac{2 \cdot \pi}{3}\right) \right) \cdot \text{sen}(\alpha)
 \end{aligned} \tag{3.35}$$

y puesto que:

$$\begin{aligned}
 \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) &= -\cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \\
 \text{sen}\left(\frac{\pi}{3}\right) &= \text{sen}\left(\frac{2 \cdot \pi}{3}\right)
 \end{aligned} \tag{3.36}$$

la expresión (3.33) se podrá escribir como:

$$V_{d\alpha} = \frac{3 \cdot \sqrt{2}}{\pi} \cdot V_{LL} \cdot \cos(\alpha) = 1.35 \cdot V_{LL} \cdot \cos(\alpha) \tag{3.37}$$

Se observa que para $\alpha = 0^\circ$ la tensión media en la carga es la que se tendría con el rectificador trifásico en puente completo de diodos. Para ángulos de disparo mayores la tensión en la carga se ira reduciendo, haciéndose cero para $\alpha = \pi/2$ y negativa para $\pi/2 < \alpha < \pi$. En la figura 3.23 se tienen las formas de onda de la tensión en la carga para diferentes ángulos de disparo.

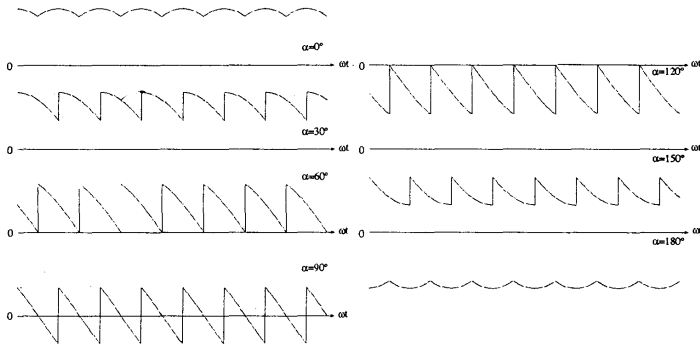


Fig. 3.23. v_d en función de α

También podemos llegar a la misma conclusión de la siguiente forma:

$$V_{d\alpha} = V_{d0} - \frac{A_\alpha}{\pi/3} = 1.35 \cdot V_{LL} - \frac{A_\alpha}{\pi/3} \quad (3.38)$$

donde V_{d0} es la tensión media en la carga obtenida con un rectificador trifásico en puente completo de diodos:

$$V_{d0} = \frac{3 \cdot \sqrt{2}}{\pi} \cdot V_{LL} = 1.35 \cdot V_{LL} \quad (3.39)$$

y A_α , observando la figura 3.22, es:

$$A_\alpha = \int_0^\alpha v_{ac} \cdot d(\omega \cdot t) = \int_0^\alpha \sqrt{2} \cdot V_{LL} \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \cdot d(\omega \cdot t) = \sqrt{2} \cdot V_{LL} \cdot (1 - \cos(\alpha)) \quad (3.40)$$

luego:

$$V_{d\alpha} = \frac{3 \cdot \sqrt{2}}{\pi} \cdot V_{LL} - \frac{3 \cdot \sqrt{2}}{\pi} \cdot V_{LL} \cdot (1 - \cos(\alpha)) = \frac{3 \cdot \sqrt{2}}{\pi} \cdot V_{LL} \cdot \cos(\alpha) \quad (3.41)$$

Una vez determinada la tensión media en la carga es trivial obtener la expresión de la potencia consumida por ésta como:

$$P = V_d \cdot I_d = 0.35 \cdot V_{LL} \cdot I_d \cdot \cos(\alpha) \quad (3.42)$$

Por otra parte, en este rectificador las corrientes de fase, i_a , i_b , e i_c , tienen formas de onda rectangulares, tal y como se observa en la figura 3.22. Así, desarrollando en serie de Fourier, tenemos:

$$\begin{aligned} i_a(\omega \cdot t) = & \sqrt{2} \cdot I_{s1} \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - \alpha) - \sqrt{2} \cdot I_{s5} \cdot \text{sen}[5 \cdot (\omega \cdot t - \alpha)] \\ & - \sqrt{2} \cdot I_{s7} \cdot \text{sen}[7 \cdot (\omega \cdot t - \alpha)] + \sqrt{2} \cdot I_{s11} \cdot \text{sen}[11 \cdot (\omega \cdot t - \alpha)] \\ & + \sqrt{2} \cdot I_{s13} \cdot \text{sen}[13 \cdot (\omega \cdot t - \alpha)] - \sqrt{2} \cdot I_{s17} \cdot \text{sen}[17 \cdot (\omega \cdot t - \alpha)] \\ & - \sqrt{2} \cdot I_{s19} \cdot \text{sen}[19 \cdot (\omega \cdot t - \alpha)] \dots \end{aligned} \quad (3.43)$$

Dado que solo están presentes los armónicos que cumplen la relación:

$$h = 6 \cdot n + 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (3.44)$$

El valor eficaz de estos armónicos es:

$$I_{s1} = 0.78 \cdot I_d \quad (3.45)$$

$$I_{sh} = \frac{I_{s1}}{h}$$

En la figura 3.24 se tiene la tensión v_a , la corriente i_a y su armónico fundamental i_{a1} . Así mismo también se muestra el contenido de armónicos de las corrientes de fase.

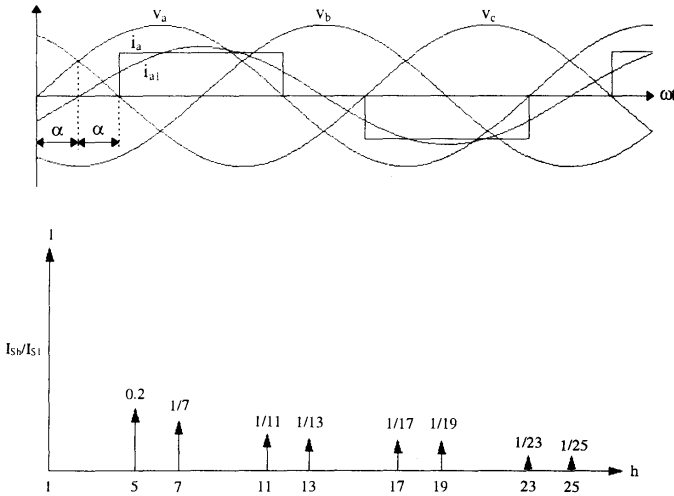


Fig. 3.24. v_a , i_a , i_{a1} y contenido de armónicos de las corrientes de fase

Aplicando la definición de valor eficaz, podemos obtener que la corriente eficaz de fase es:

$$I_S = \sqrt{\frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{\frac{2\pi}{3}} I_d^2 \cdot d(\omega \cdot t)} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot I_d = 0.816 \cdot I_d \quad (3.46)$$

por lo tanto, la distorsión total armónica es:

$$THD = \frac{I_{S,dist}}{I_{S1}} = \frac{\sqrt{I_S^2 - I_{S1}^2}}{I_{S1}} = \sqrt{\frac{0.816^2}{0.78^2} - 1} = 0.3108 \quad (3.47)$$

$$THD\% = 31.08\%$$

y el factor de potencia:

$$PF = \frac{P}{S} = \frac{1.35 \cdot V_{LL} \cdot I_d \cdot \cos(\alpha)}{\sqrt{3} \cdot V_{LL} \cdot I_s} = \frac{1.35 \cdot I_d \cdot \cos(\alpha)}{\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cdot I_d} = 0.955 \cdot \cos(\alpha) \quad (3.48)$$

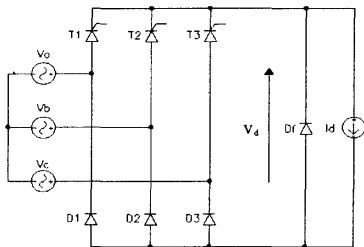
Por último, calculando las potencias en el lado de alterna obtenemos:

$$\begin{aligned} P &= \sqrt{3} \cdot V_{LL} \cdot I_{s1} \cdot \cos(\phi_1) = \sqrt{3} \cdot V_{LL} \cdot \frac{\sqrt{6}}{\pi} \cdot I_d \cdot \cos(\alpha) = \\ &= 1.35 \cdot V_{LL} \cdot I_d \cdot \cos(\alpha) \\ Q_1 &= \sqrt{3} \cdot V_{LL} \cdot I_{s1} \cdot \sin(\phi_1) = 1.35 \cdot \sin(\alpha) \end{aligned} \quad (3.49)$$

$$S_1 = \sqrt{3} \cdot V_{LL} \cdot I_{s1} = \sqrt{(P^2 + Q_1^2)}$$

EJERCICIO 3.5.

Considerar el rectificador trifásico semicontrolado de la figura. En él, calcular el ángulo de disparo para que $V_d = V_{d0}/2$, siendo V_d la tensión de continua a la salida del rectificador para un ángulo de disparo cualquiera, y V_{d0} la tensión continua a la salida del rectificador para un ángulo de disparo igual a cero. Dibujar la forma de onda de v_d , identificando en cada momento los semiconductores que están en conducción. Obtener DPF, PF y THD% en la corriente de fuente. Comparar los resultados con el rectificador totalmente controlado funcionando para $V_d = V_{d0}/2$.



3.4.2. Efectos de L_S

En este apartado consideramos el efecto de la inductancia de fuente, que no puede ser ignorada en los rectificadores reales, de forma que el esquema del rectificador trifásico totalmente controlado quedará tal y como se muestra en la figura 3.25. Como ya sabemos, debido a esta inductancia la corriente no conmutará de forma instantánea, sino que necesitará de un intervalo, llamado de conmutación y representado por μ .

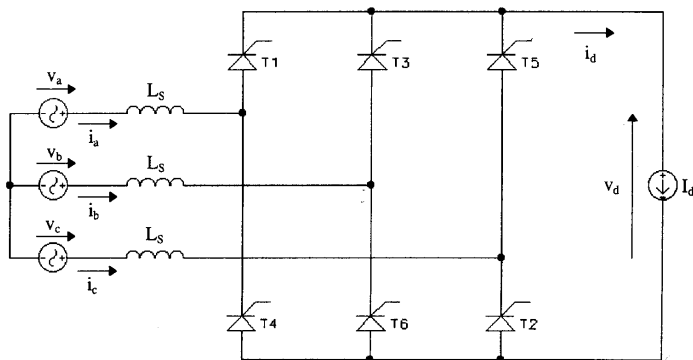


Fig. 3.25. Rectificador trifásico totalmente controlado con $L_S \neq 0$ e $i_d = I_d = cte$

Si consideramos la conmutación, por ejemplo, de T5 a T1, cuando previamente estaban en conducción T5 y T6, nos encontraremos con que cuando disparamos el tiristor T1 la corriente en éste no puede crecer instantáneamente desde 0 a I_d , existiendo un intervalo de conmutación durante el cual conducirán simultáneamente T5 y T1. Esto queda reflejado en la figura 3.26.

Para realizar el estudio de este proceso de conmutación fijaremos el origen de tiempos, $\omega t = 0$, en el instante de conmutación natural de T1, considerando el comienzo de la conmutación de corriente de T5 a T1 en $\omega t = \alpha$, como se ve en la figura 3.26.

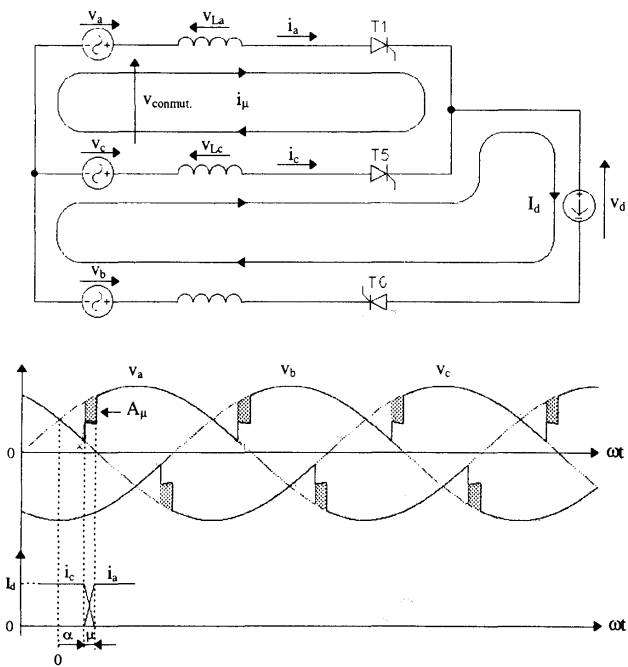


Fig. 3.26. Efectos de $L_s \neq 0$ en la conmutación de corriente

Observando la figura 3.26 es fácil deducir que:

$$v_{comm} = v_a - v_c$$

$$i_a = i_{\mu} \quad (3.50)$$

$$i_c = I_d - i_{\mu}$$

La corriente de conmutación, i_μ , variará desde 0, en $\omega t = \alpha$, a I_d , en $\omega t = \alpha + \mu$, por lo tanto, las tensiones en las inductancias de fuente durante el intervalo de conmutación vendrán dadas por:

$$\left. \begin{aligned} v_{L_a} &= L_S \cdot \frac{di_a}{dt} = L_S \cdot \frac{di_\mu}{dt} \\ v_{L_c} &= L_S \cdot \frac{di_c}{dt} = -L_S \cdot \frac{di_\mu}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (3.51)$$

por lo que se podrá escribir:

$$v_{comm} = v_a - v_c = v_{L_a} - v_{L_c} = 2 \cdot L_S \cdot \frac{di_\mu}{dt} \quad (3.52)$$

$$L_S \cdot \frac{di_\mu}{dt} = \frac{v_a - v_c}{2} \quad (3.53)$$

Integrando en la expresión anterior:

$$\omega \cdot L_S \cdot \int_0^{I_d} di_\mu = \int_\alpha^{\alpha+\mu} \frac{v_a - v_c}{2} \cdot d(\omega \cdot t) \quad (3.54)$$

y como:

$$v_a - v_c = \sqrt{2} \cdot V_{LL} \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (3.55)$$

se obtiene:

$$\omega \cdot L_S \cdot I_d = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot V_{LL} \cdot (\cos(\alpha) - \cos(\alpha + \mu)) \quad (3.56)$$

de donde podemos despejar:

$$\cos(\alpha + \mu) = \cos(\alpha) - \frac{2 \cdot \omega \cdot L_S}{\sqrt{2} \cdot V_{LL}} \cdot I_d \quad (3.57)$$

expresión que nos va a permitir calcular la duración del intervalo de conmutación.

Así mismo, en la figura 3.26 se observa que A_μ será:

$$A_\mu = \int_\alpha^{\alpha+\mu} L_S \cdot \underbrace{\frac{di_\mu}{dt}}_V \cdot d(\omega \cdot t) = \int_\alpha^{\alpha+\mu} \frac{v_a - v_c}{2} \cdot d(\omega \cdot t) = \omega \cdot L_S \cdot I_d \quad (3.58)$$

Que es independiente de α . Además, como esta pérdida de área se produce cada $\pi/3$, tendremos que V_d queda:

$$V_d = V_{d\alpha} - \frac{A_\mu}{\pi/3} = \frac{3 \cdot \sqrt{2}}{\pi} \cdot V_{LL} \cdot \cos(\alpha) - \frac{3 \cdot \omega \cdot L_S \cdot I_d}{\pi} \quad (3.59)$$

Como conclusión, podemos decir que las inductancias de fuente reducen el valor medio de la tensión en la carga, pero tienen el efecto beneficioso de reducir la magnitud de los armónicos de corriente.

Handwritten notes:
 $\pi \rightarrow \frac{\pi}{3}$
 $\frac{3 \cdot \sqrt{2}}{\pi}$
 $\frac{3 \cdot \omega \cdot L_S \cdot I_d}{\pi}$

EJERCICIO 3.6.

En un convertidor trifásico como el de la figura 3.25 se tiene $V_{LL} = 460V$ a 50 Hz y $L_S = 25\mu H$. Calcular el ángulo de conmutación, μ , si $V_d = 525V$ y $P_d = 500kW$.

3.4.3. Funcionamiento como inversor

Igual que ocurría en el caso de los rectificadores monofásicos, cuando $\alpha \geq 90^\circ$ entramos en el modo de funcionamiento como inversor. En este modo de funcionamiento la potencia activa en la carga es negativa, lo que nos dice que el flujo de potencia es desde el lado de DC al lado de AC, siendo esto posible siempre que en el lado de continua tengamos una fuente de energía (fuente de intensidad constante o una impedancia inductiva muy elevada junto a una fuente de tensión constante).

Las formas de onda que se obtienen en un rectificador trifásico totalmente controlado, como el de la figura 3.25, trabajando como inversor, $\alpha \geq 90^\circ$, se observan en la figura 3.27.

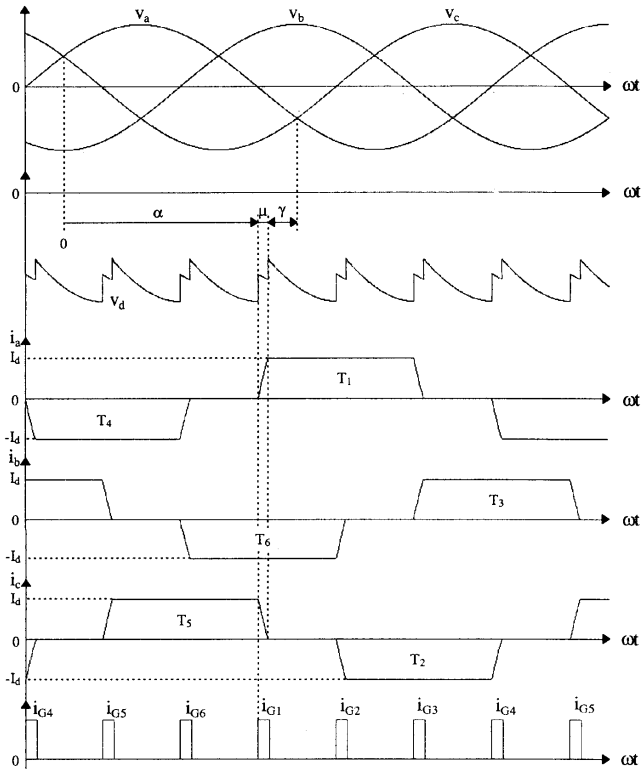


Fig. 3.27. Formas de onda en un rectificador trifásico totalmente controlado con $L_S \neq 0$, $i_d = I_d = \text{cte}$ y $\pi/2 < \alpha < \pi$

Como ya sabemos, una fuente de corriente constante es un caso poco real, siendo el circuito práctico para este modo de funcionamiento el mostrado en la figura 3.28.

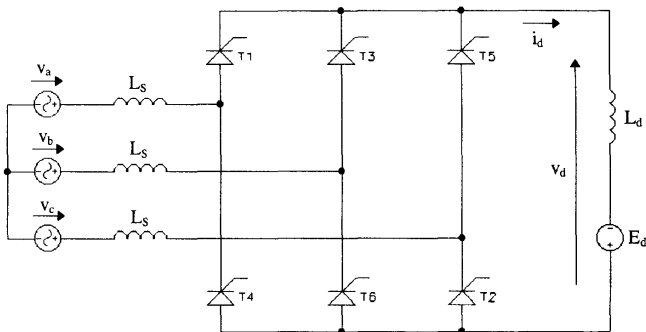


Fig. 3.28. Carga real

Si suponemos que L_d es muy grande podremos suponer que la corriente $i_d \approx \text{cte}$, por lo que las formas de onda son idénticas a las mostradas en la figura 3.27. En tal caso, puesto que la corriente en L_d es constante, tendremos:

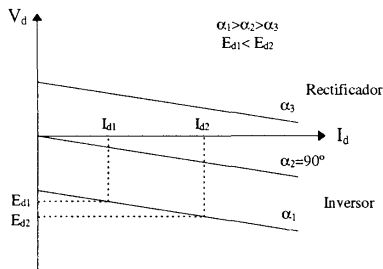
$$E_d = V_d = V_{d0} \cdot \cos(\alpha) - \frac{3 \cdot \omega \cdot L_s}{\pi} \cdot I_d \quad (3.60)$$

Es posible realizar la representación gráfica de la ecuación anterior para diferentes valores de α , obteniéndose unas gráficas similares a las mostradas en la figura 3.29, donde para un valor dado de E_d y un ángulo α se puede obtener el valor medio de la corriente en la carga I_d .

Igual que ocurría con los rectificadores monofásicos, deberá cumplirse que:

$$\gamma = 180^\circ - \alpha - \mu > \omega \cdot t_q \quad (3.61)$$

Para el arranque, en el modo de funcionamiento como inversor, α se hará suficientemente elevada (165°) para que i_d sea discontinua, para, a continuación, disminuir α hasta obtener la I_d deseada.

Fig. 3.29. I_d función de α y E_d **EJERCICIO 3.7.**

En el rectificador trifásico de la figura 3.28 la tensión eficaz de línea es $V_{LL} = 460V$ a $50Hz$, la fuerza electromotriz en la carga es $E_d = 550V$ y la inductancia de fuente de una fase es $L_S = 0.5mH$. Aceptando que L_d es suficientemente elevada para poder suponer que la intensidad que circula por la carga es constante, calcular α y γ si el consumo de potencia es de $55 kW$.

CAPÍTULO



REGULADORES DE CORRIENTE ALTERNA

4.1. INTRODUCCIÓN

En capítulos anteriores (rectificadores, tanto controlados como no controlados) realizábamos una transformación de las características de la energía de entrada al convertidor -energía suministrada por la red eléctrica-, pasando de tensión alterna a tensión continua, de valor constante, si nos referimos a rectificadores no controlados, o de valor variable, si nos referimos a rectificadores controlados. Existen aplicaciones en las que nos interesa cambiar únicamente el valor eficaz de la tensión suministrada por la red, que tiene un valor constante, si despreciamos las pequeñas variaciones de la red eléctrica. Este cambio de valor eficaz de la tensión interesa que sea variable de manera continua en la mayoría de aplicaciones. Para dar solución a este problema aparecen los convertidores ac-ac, denominados comúnmente "reguladores de corriente alterna".



BIBLIOTECA UIS

Hasta la aparición de los semiconductores de potencia la solución adoptada para resolver el problema antes mencionado, era utilizar transformadores con múltiples tomas en el secundario (variación discreta) o bien autotransformadores regulables (variación continua), los cuales eran caros, de gran volumen y peso.

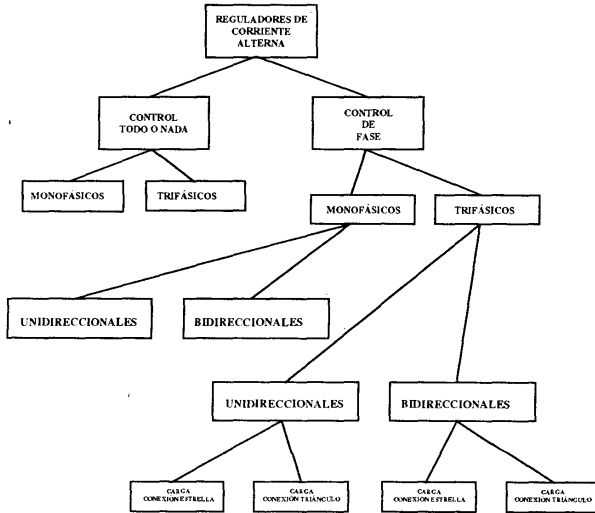
Las aplicaciones más comunes en las que se utilizan los reguladores de corriente alterna son: hornos industriales, control de iluminación, arranque suave de motores de inducción, control de velocidad de motores de inducción e interruptores estáticos.

Los reguladores de corriente alterna utilizan como elementos de conmutación triac's para aplicaciones de pequeña y mediana potencia, y tiristores para aplicaciones de potencias elevadas. Dado que la tensión de entrada es alterna, estos reguladores caen dentro de la categoría de los convertidores conmutados naturalmente o por línea, igual que ocurre con los rectificadores. Esto supone que no se necesita circuitería de conmutación extra, siendo los circuitos utilizados para el control de este tipo de convertidores muy simples.

Por último cabe citar que, debido al control utilizado en un porcentaje elevado de casos -control de fase- la corriente que circula por línea puede ser discontinua o no senoidal (alto contenido en armónicos), haciendo que el factor de potencia del conjunto convertidor - carga empeore.

Antes de entrar en el desarrollo de este capítulo, realizaremos una clasificación general de los reguladores de corriente alterna, tal y como se observa en el esquema adjunto. En este esquema se observa un primer nivel de división, que depende del tipo de control utilizado. Por un lado tenemos los reguladores que utilizan control ON - OFF (todo o nada), en los que la alimentación se conecta a la carga durante un número entero de ciclos, y se desconecta durante otro número entero de ciclos; por otro lado tenemos los que utilizan el control de fase, en los que la carga se conecta a la fuente de tensión de entrada, durante una porción de cada ciclo de la tensión de entrada. En un segundo nivel de división se encuentran los reguladores monofásicos y los trifásicos, en función de la fuente de tensión alterna con la que trabajemos. En un tercer nivel aparecen los reguladores unidireccionales y bidireccionales, solamente para el control de fase, en función de si realizamos control en un sólo semiciclo, o en los dos semiciclos. Y por último, y para los trifásicos, aparece una división en función del tipo de conexión de la carga conectada al regulador (conexión estrella o conexión triángulo).

En este capítulo se establece, en primer lugar, el principio de funcionamiento del regulador monofásico con control todo o nada, para posteriormente explicar el control de fase en un regulador monofásico unidireccional. La explicación del control de fase nos servirá para abordar los reguladores monofásicos bidireccionales con carga resistiva y carga inductiva. Por último, y para finalizar el capítulo, se estudiarán los reguladores trifásicos unidireccionales y bidireccionales, alimentando a cargas resistivas, por su mayor simplicidad.



4.2 . PRINCIPIO DE CONTROL TODO-NADA. REGULADOR MONOFÁSICO CON CARGA RESISTIVA

El esquema de dicho regulador se observa en la figura 4.1. En la figura 4.2 se pueden ver las formas de onda de la tensión de entrada v_s , la tensión aplicada a la carga v_o , y la intensidad que circula por la carga i_o , que es igual a la que circula por la fuente de entrada i_s .

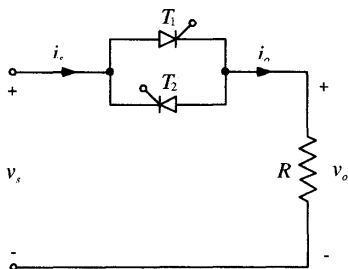


Fig.4.1. Regulador monofásico bidireccional

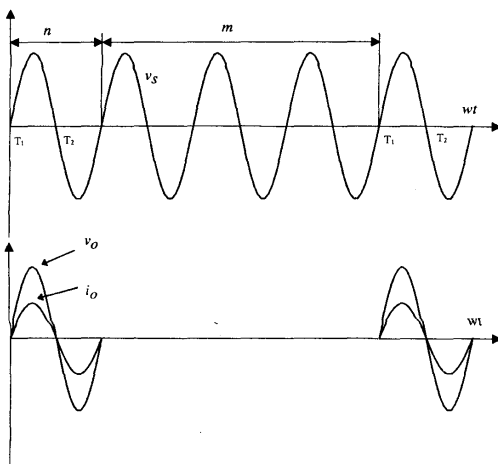


Fig.4.2. Formas de onda para el control todo o nada

El principio de funcionamiento consiste en aplicar pulsos a la puerta del tiristor T_1 en el semiciclo positivo, y al tiristor T_2 en el semiciclo negativo, con un ángulo de retraso $\alpha = 0$, durante un número n de ciclos de la tensión de entrada, y no aplicar pulsos a la puerta de los tiristores durante un número m de ciclos. El funcionamiento es equivalente a un interruptor que se cierra durante n ciclos y se abre durante m ciclos de la tensión de entrada.

Este tipo de control sólo es utilizado, en aquellas aplicaciones que tienen alta inercia mecánica o alta constante de tiempo térmica -inercia térmica- (ejemplo: control de velocidad de motores con grandes cargas mecánicas y hornos industriales), ya que de esta forma el sistema apenas sufre variación durante el tiempo en el que no le aplicamos pulsos a las puertas de los tiristores.

Debido a la conmutación de los tiristores en el paso por cero de la intensidad (carga resistiva), los armónicos generados en la intensidad que circula por la fuente de entrada son muy bajos.

Para una tensión de entrada senoidal $v_s = \sqrt{2} \cdot V_s \cdot \text{sen}(\omega \cdot t)$, si ésta la conectamos a la carga durante n ciclos y la desconectamos durante m ciclos, la tensión eficaz de la tensión aplicada a la carga se puede calcular como:

$$V_0 = \sqrt{\left[\frac{n}{2 \cdot \pi \cdot (n+m)} \cdot \int_0^{2\pi} 2 \cdot V_s^2 \cdot \text{sen}^2(\omega \cdot t) \cdot d(\omega \cdot t) \right]} =$$

$$= \sqrt{\frac{n}{n+m}} \cdot \underbrace{\sqrt{\frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_0^{2\pi} 2 \cdot V_s^2 \cdot \text{sen}^2(\omega \cdot t) \cdot d(\omega \cdot t)}}_{V_s} = V_s \cdot \sqrt{\frac{n}{n+m}} \quad (4.1)$$

$$V_0 = V_s \cdot \sqrt{k}$$

donde:

V_s = Tensión eficaz de la tensión de red.

$k = \frac{n}{n+m}$, que se denomina ciclo de trabajo.

EJERCICIO 4.1.

Calcular el factor de potencia del conjunto regulador - carga en función del ciclo de trabajo. Representar en unos ejes cartesianos dicha variación.

EJERCICIO 4.2.

Calcular el valor medio y eficaz de la corriente que circula por uno de los tiristores para un regulador con control todo - nada cuyos parámetros de control son: $n = 25$ y $m = 75$.

4.3. REGULADOR MONOFÁSICO UNIDIRECCIONAL. PRINCIPIO DE CONTROL DE FASE. CARGA RESISTIVA

El esquema de este regulador se observa en la figura 4.3. Vemos que en este caso sólo existe un elemento semiconductor controlable en el camino de ida de la intensidad (entendiendo por ida desde la fuente a la carga), siendo el semiconductor de potencia del camino de vuelta un diodo. Por este motivo se les denomina unidireccionales, ya que solamente tenemos control de potencia en un sentido.

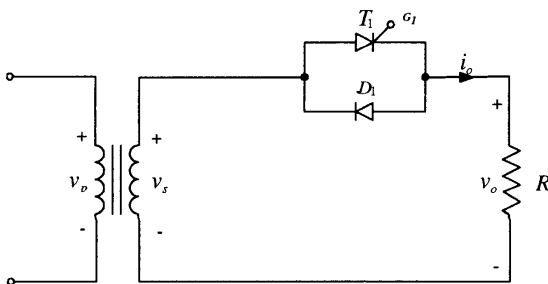


Fig. 4.3. Esquema del regulador monofásico unidireccional

El flujo de potencia en este regulador se controla variando el ángulo de disparo del tiristor T_1 , por lo que sólo tenemos control en el semiciclo positivo, tal y como se observa en la figura 4.4. Debido a la presencia del diodo D_1 el rango de control está limitado, y la variación del valor eficaz de la tensión de salida es del 70.7 % al 100 % ($V_0 + \frac{V_0}{\sqrt{2}}$). La tensión de salida (aplicada a la carga) y la corriente de entrada (la que circula por la fuente de entrada) son asimétricas y contienen una

componente de continua. Si hay transformador a la entrada, esto puede causar problemas de saturación, debido a que existe una componente continua en el flujo magnético, causada por la componente continua de la intensidad que circula por el secundario del transformador, desplazando el punto medio de la característica inducción magnética - intensidad de campo magnético del núcleo. Este es un regulador monofásico unidireccional y es apto sólo para cargas resistivas de baja potencia, tales como control de temperatura e iluminación.

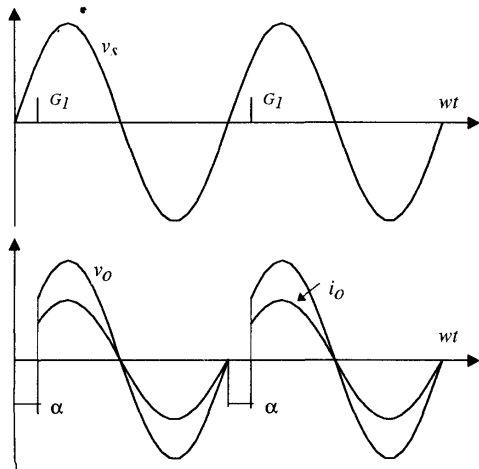


Fig. 4.4. Formas de onda para el regulador unidireccional

Si $v_s = V_m \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) = \sqrt{2} \cdot V_s \cdot \text{sen}(\omega \cdot t)$ es la tensión de entrada y α es el ángulo de disparo del tiristor T_1 , la tensión eficaz aplicada a la carga se puede calcular como:

$$V_0 = \sqrt{\frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \left(\int_{\alpha}^{\pi} 2 \cdot V_s^2 \cdot \text{sen}^2(\omega \cdot t) \cdot d(\omega \cdot t) + \int_{\pi}^{2\pi} 2 \cdot V_s^2 \cdot \text{sen}^2(\omega \cdot t) \cdot d(\omega \cdot t) \right)} =$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot V_s^2}{4 \cdot \pi} \cdot \left(\int_{\alpha}^{\pi} (1 - \cos(2 \cdot \omega \cdot t)) \cdot d(\omega \cdot t) + \int_{\pi}^{2\pi} (1 - \cos(2 \cdot \omega \cdot t)) \cdot d(\omega \cdot t) \right)}$$

$$V_0 = V_s \cdot \sqrt{\frac{1}{2 \cdot \pi} \left(2 \cdot \pi - \alpha + \frac{\text{sen}(2 \cdot \alpha)}{2} \right)} \quad (4.2)$$

Del mismo modo se puede calcular el valor medio de la tensión aplicada a la carga como:

$$\begin{aligned} V_d &= \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \left[\int_{\alpha}^{\pi} \sqrt{2} \cdot V_s \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \cdot d(\omega \cdot t) + \int_{\pi}^{2\pi} \sqrt{2} \cdot V_s \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \cdot d(\omega \cdot t) \right] = \\ &= \frac{\sqrt{2} \cdot V_s}{2 \cdot \pi} \cdot \left[[-\cos(\omega \cdot t)]_{\alpha}^{\pi} + [-\cos(\omega \cdot t)]_{\pi}^{2\pi} \right] = \\ &= \frac{\sqrt{2} \cdot V_s}{2 \cdot \pi} \cdot [\cos(\alpha) - 1] \quad (4.3) \end{aligned}$$

De las ecuaciones anteriores se puede ver que si α varía de 0 a π , el valor eficaz y el valor medio de la tensión aplicada a la carga varían como sigue:

$$\begin{cases} V_0 \Rightarrow V_s + \frac{V_s}{\sqrt{2}} \\ V_d \Rightarrow 0 + \frac{\sqrt{2} \cdot V_s}{\pi} \end{cases}$$

EJERCICIO 4.3.

En un regulador monofásico unidireccional como el de la figura 4.3 la resistencia tiene un valor de 10 Ω con un valor de tensión en el secundario del transformador de 120 V a 50 Hz y un ángulo de disparo de los tiristores de valor $\alpha = \pi/2$. Calcular el factor de potencia del conjunto convertidor - carga y la corriente media que circula por el secundario del transformador.

4.4. REGULADOR MONOFÁSICO BIDIRECCIONAL. CARGA RESISTIVA

Este regulador viene a resolver el problema de la componente continua de la corriente que circulaba por el secundario del transformador, en el regulador unidireccional. Durante el semiciclo positivo de la tensión de entrada se controla el flujo de potencia con el tiristor T_1 (variando su ángulo de disparo) y durante el semiciclo negativo con el tiristor T_2 . Los pulsos de disparo de T_1 y T_2 están desfasados 180° . El esquema eléctrico para este regulador se puede ver en la figura 4.5.

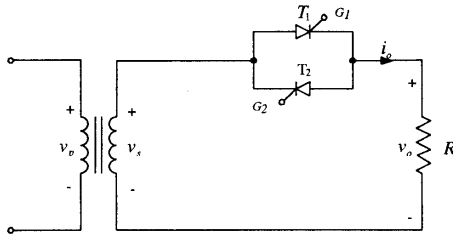


Fig. 4.5. Esquema del regulador monofásico bidireccional

Las formas de onda de la tensión aplicada a la carga, intensidad que circula por la carga y pulsos aplicados a las puertas de los tiristores se pueden observar en la figura 4.6.

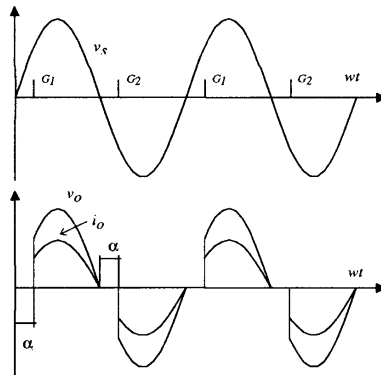


Fig. 4.6. Formas de onda para el regulador monofásico bidireccional

Si $v_s = \sqrt{2} \cdot V_s \cdot \text{sen}(\omega \cdot t)$, es la tensión de entrada y el ángulo de disparo de los tiristores T_1 y T_2 están desfasados 180° ($\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$) el valor eficaz de la tensión aplicada a la carga se puede calcular como:

$$\begin{aligned} V_0 &= \sqrt{\left(\frac{2}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{\alpha}^{\pi} 2 \cdot V_s^2 \cdot \text{sen}^2(\omega \cdot t) \cdot d(\omega \cdot t) \right)} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{4 \cdot V_s^2}{4 \cdot \pi} \right) \cdot \int_{\alpha}^{\pi} (1 - \cos(2 \cdot \omega \cdot t)) \cdot d(\omega \cdot t)} = \\ &= V_s \cdot \sqrt{\frac{1}{\pi} \cdot \left(\pi - \alpha + \frac{\text{sen}(2 \cdot \alpha)}{2} \right)} \end{aligned} \quad (4.4)$$

Variando α de 0 a $\pi \Rightarrow V_0$ varía de V_s a 0.

En la conexión anterior las señales de puerta de los tiristores T_1 y T_2 deben estar aisladas ya que los cátodos de ambos tiristores están conectados a diferentes puntos, de lo contrario realizaríamos un cortocircuito entre ambos puntos. Es posible tener un cátodo común para T_1 y T_2 añadiendo dos diodos como se muestra en la figura 4.7. El tiristor T_1 y el diodo D_1 conducen a la vez durante el semiciclo positivo, y T_2 y D_2 conducen durante el semiciclo negativo. Ya que el circuito puede tener un terminal común para las señales de puerta de T_1 y T_2 , sólo se requiere una única alimentación para los disparos de ambos tiristores, con una masa común, pero a expensas de utilizar dos diodos de potencia adicionales. Debido a los dos dispositivos en conducción al mismo tiempo, las pérdidas se incrementan y el rendimiento se reduce.

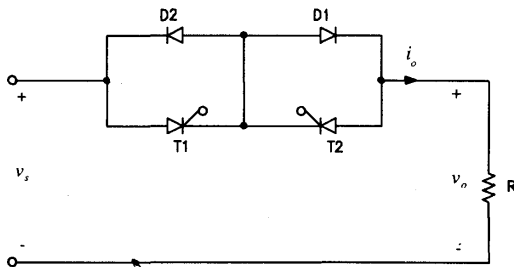


Fig. 4.7. Regulador monofásico bidireccional con cátodo común a los dos tiristores

Un regulador se puede implementar con un solo tiristor y cuatro diodos como muestra la figura 4.8. La tensión en bornes de T_1 , y la corriente que circula por él, tienen siempre el mismo signo. Con carga resistiva, la corriente en el tiristor se hace cero cuando la tensión aplicada a la carga se hace cero. Sin embargo, si hay una gran inductancia en la carga, el tiristor T_1 puede no apagarse en cada medio ciclo de la tensión de entrada, y esto puede llevar a una pérdida de control. Esto requiere la detección del paso por cero de la corriente en la carga, en orden a garantizar el apagado del tiristor, antes del próximo disparo de éste.

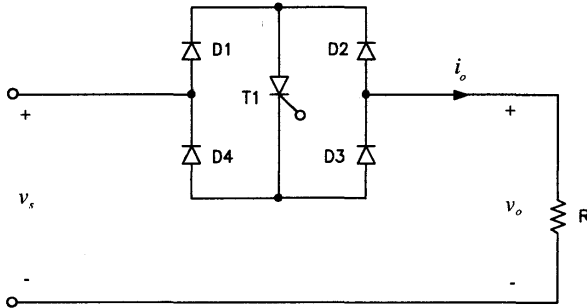


Fig. 4.8. Regulador monofásico bidireccional con un solo tiristor

Tres semiconductores conducen a la vez (un tiristor y dos diodos) por lo que el rendimiento del convertidor se reduce. Los cuatro diodos y el tiristor actúan como un interruptor bidireccional, que está disponible comercialmente como un único elemento, que tiene pérdidas relativamente bajas en el estado de conducción.

EJERCICIO 4.4.

En un regulador monofásico bidireccional como el de la figura 4.5 la resistencia tiene un valor de 20Ω con un valor de tensión en el secundario del transformador de 220 V a 50 Hz y un ángulo de disparo de los tiristores de valor $\alpha = \pi/2$. Calcular el factor de potencia del conjunto convertidor - carga y la corriente eficaz que circula por uno de los tiristores.

EJERCICIO 4.5.

En el regulador monofásico bidireccional de la actividad anterior, calcular la distorsión total armónica de la tensión aplicada a la carga.

4.5. REGULADOR MONOFÁSICO BIDIRECCIONAL. CARGA INDUCTIVA

En la práctica muchas cargas son inductivas, tal y como muestra el esquema eléctrico de la figura 4.9.

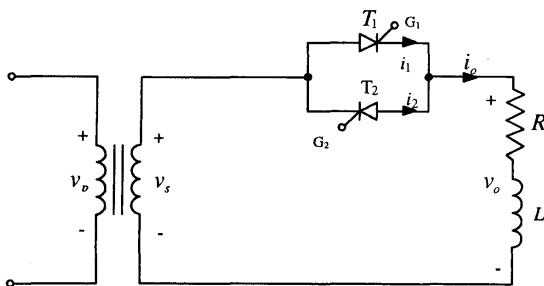


Fig. 4.9. Regulador monofásico bidireccional. Carga inductiva

Vamos a suponer que T_1 se dispara durante el semiciclo positivo. Debido a la inductancia de carga L , la corriente que circula por T_1 , no se hará cero en el ángulo π , cuando la tensión de entrada pasa por cero. El tiristor T_1 continuará conduciendo hasta que la corriente i_1 se haga cero en $\omega t = \beta$, siendo el ángulo de conducción del tiristor T_1 , $\delta = \beta - \alpha$, que depende del ángulo de disparo y del factor de potencia de la carga. Las formas de onda de la tensión aplicada a la carga y de la corriente que circula por cada tiristor se pueden observar en la figura 4.10.

Si $v_s = \sqrt{2} \cdot V_s \cdot \text{sen}(\omega \cdot t)$ y el ángulo de disparo de T_1 es α , la corriente i_1 se puede calcular planteando la ecuación diferencial que rige el comportamiento del circuito:

$$L \cdot \frac{di_1}{dt} + R \cdot i_1 = \sqrt{2} \cdot V_s \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \quad (4.5)$$

La solución de la ecuación diferencial es:

$$i_1 = \frac{\sqrt{2} \cdot V_s}{Z} \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - \varphi) + A_1 \cdot e^{-\frac{R}{L}t} \quad (4.6)$$

donde $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$ y $\varphi = \text{arctg} \frac{X_L}{R}$

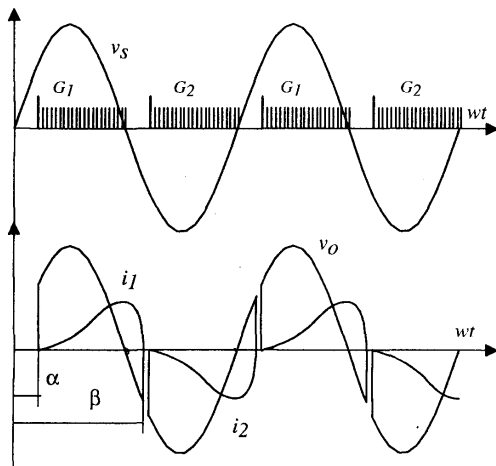


Fig. 4.10. Regulador monofásico bidireccional. Modulación mediante trenes de impulsos $\alpha > \varphi$

La constante A_1 se determina con la condición inicial que impone la bobina, que nos dice que en $\omega \cdot t = \alpha \Rightarrow i_1 = 0$.

$$A_1 = -\frac{\sqrt{2} \cdot V_s}{Z} \cdot \text{sen}(\alpha - \varphi) \cdot e^{\frac{R\alpha}{L\omega}}$$

Sustituyendo A_1 en la ecuación 4.6, obtenemos el valor de i_1 :

$$i_1 = \frac{\sqrt{2} \cdot V_s}{Z} \left[\text{sen}(\omega \cdot t - \varphi) - \text{sen}(\alpha - \varphi) \cdot e^{\frac{R(\alpha - t)}{L\omega}} \right] \quad (4.7)$$

En $\omega \cdot t = \beta \Rightarrow i_1 = 0 \Rightarrow T_1$ se corta, por lo que imponiendo esta condición, se obtiene que:

$$\text{sen}(\omega \cdot t - \varphi) = \text{sen}(\alpha - \varphi) \cdot e^{\frac{R(\alpha - t)}{L(\omega - t)}}$$

El ángulo β o ángulo de extinción del tiristor, puede determinarse a partir de la ecuación anterior, mediante iteración. Una vez que β es conocido, el ángulo de conducción δ del tiristor T_1 se calcula como:

$$\delta = \beta - \alpha$$

El valor eficaz de la tensión aplicada a la carga es:

$$\begin{aligned} V_0 &= \sqrt{\left(\frac{2}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{\alpha}^{\beta} 2 \cdot V_s^2 \cdot \text{sen}^2(\omega \cdot t) \cdot d(\omega \cdot t) \right)} = \\ &= \sqrt{\frac{4 \cdot V_s^2}{4 \cdot \pi} \cdot \int_{\alpha}^{\beta} (1 - \cos(2 \cdot \omega \cdot t)) \cdot d(\omega \cdot t)} = \\ &= V_s \cdot \sqrt{\frac{1}{\pi} \cdot \left(\beta - \alpha + \frac{\text{sen}(2 \cdot \alpha)}{2} - \frac{\text{sen}(2 \cdot \beta)}{2} \right)} \end{aligned} \quad (4.8)$$

La corriente eficaz que circula por el tiristor T_1 es:

$$I_T = \sqrt{\frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{\alpha}^{\beta} i_T^2 \cdot d(\omega \cdot t)}$$

Al mismo tiempo el valor eficaz de la corriente que circula por la carga puede determinarse como combinación del valor eficaz de la corriente que circula por cada tiristor.

$$I_0 = \sqrt{I_T^2 + I_T^2} = \sqrt{2} \cdot I_T$$

Las formas de onda observadas en la figura 4.10 corresponden al caso en el que $\alpha > \varphi$, ángulo de disparo de los tiristores mayor que el ángulo de desfase de la carga. En este caso, es suficiente aplicar un pulso de corta duración a la puerta de los tiristores para el correcto funcionamiento del convertidor. Cabe destacar el modo de

funcionamiento en el que $\alpha \leq \varphi$, que a su vez, se puede dividir en dos nuevos modos de funcionamiento en función del tipo de pulso aplicado a la puerta de los tiristores.

- 1) Si $\alpha \leq \varphi$ y aplicamos un pulso de larga duración ($\pi - \alpha$), o bien un tren de impulsos a la puerta de los tiristores, con el fin de disminuir la disipación de potencia en la puerta de los tiristores; la tensión aplicada a la carga sería la tensión de entrada, por lo que no tendremos control sobre la potencia suministrada a la carga, funcionando el conjunto de ambos tiristores en antiparalelo, como un interruptor estático. Las formas de onda para este modo de funcionamiento se pueden observar en la figura 4.11:

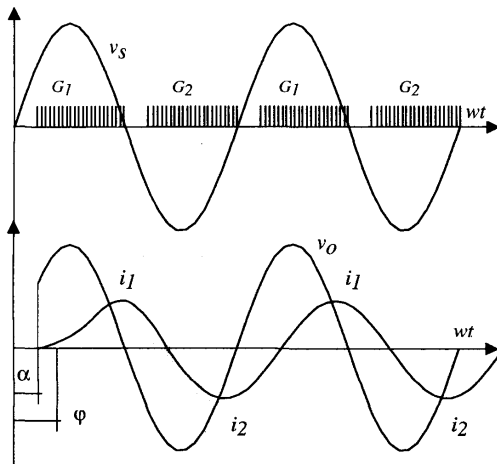


Fig. 4.11. Regulador monofásico bidireccional. Modulación mediante trenes de impulsos $\alpha < \varphi$

- 2) Si $\alpha \leq \varphi$ y aplicamos un pulso de corta duración, obtenemos las formas de onda que se observan en la figura 4.12. Como vemos, sólo entra en conducción el tiristor T_1 , el tiristor T_2 nunca llega a dispararse, ya que cuando aplicamos un pulso a la puerta de este tiristor, la corriente todavía no ha dejado de circular por el tiristor T_1 (polarización inversa del tiristor T_2). Para cuando esta corriente pase por cero y el tiristor, T_2 se encuentre en buenas condiciones

para conducir (polarizado directamente) ya no habrá pulso aplicado a la puerta del tiristor. En este modo de funcionamiento la tensión aplicada a la carga tiene un valor medio positivo. Igual ocurre con la intensidad que circula por la carga y por la fuente, que será unidireccional, con la consabida componente de continua circulando por el secundario del transformador, si lo hubiera, ocasionando problemas de saturación en el núcleo, tal y como se explicó en el apartado 4.3.

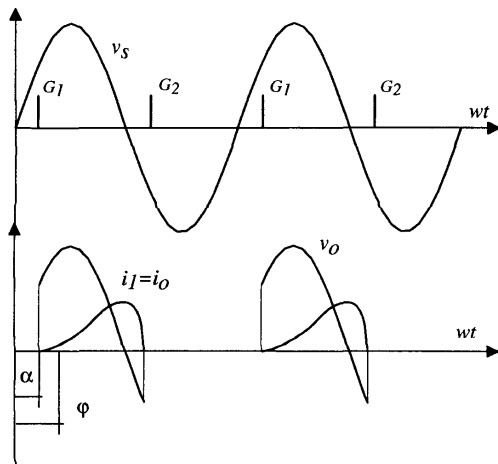


Fig. 4.12. Regulador monofásico bidireccional. Modulación mediante un único pulso $\alpha < \varphi$

EJERCICIO 4.6.

En un regulador monofásico bidireccional como el de la figura 4.9 la resistencia tiene un valor de $2,5 \Omega$ y la inductancia vale $6,5 \text{ mH}$, con un valor de tensión en el secundario del transformador de 220 V a 50 Hz y un ángulo de disparo de los tiristores de valor $\alpha = \pi/2$. Calcular el factor de potencia del conjunto convertidor - carga y la corriente eficaz que circula por uno de los tiristores (utilizar para la resolución el programa de cálculo Mthcad).

EJERCICIO 4.7.

En el regulador monofásico bidireccional de la figura 4.9 con los mismos valores de carga del ejercicio anterior, calcular el rango de variación del ángulo de disparo para el que tenemos control sobre el flujo de potencia entregado a la carga. Razonar el resultado.

4.6. REGULADOR TRIFÁSICO UNIDIRECCIONAL

4.6.1. Carga resistiva. Conexión estrella

El esquema eléctrico para este tipo de regulador lo podemos observar en la figura 4.13:

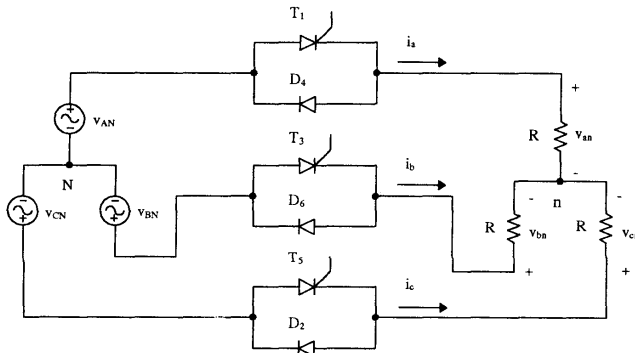


Fig. 4.13. Regulador trifásico unidireccional. Carga resistiva en estrella

La corriente circula en dirección a la carga por los tiristores T_1 , T_3 y T_5 y retorna a través de los diodos D_2 , D_4 y D_6 . La secuencia de disparo de los tiristores es T_1 , T_3 y T_5 .

Para explicar el funcionamiento conviene estudiar la hipótesis de que todos los semiconductores fuesen diodos. En este caso, podemos afirmar que siempre tendremos tres diodos en conducción, uno en cada fase, siendo el ángulo de conducción de

BIBLIOTECA UIS

cada diodo de 180° . Realmente lo que tendríamos es una carga trifásica directamente conectada a una red trifásica. Antes de continuar, debemos recordar que un tiristor va a conducir si su tensión de ánodo es más alta que su tensión de cátodo y además se aplica un pulso a su puerta. Por otro lado, una vez que el tiristor comienza la conducción, sólo será cortado cuando la corriente que lo atraviesa se haga cero (conmutación natural).

A la entrada del convertidor aplicamos un sistema trifásico equilibrado de tensiones senoidales, siendo las tensiones de fase o simples:

$$\begin{cases} v_{AN} = \sqrt{2} \cdot V_s \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \\ v_{BN} = \sqrt{2} \cdot V_s \cdot \text{sen}\left(\omega \cdot t - \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) \\ v_{CN} = \sqrt{2} \cdot V_s \cdot \text{sen}\left(\omega \cdot t - \frac{4 \cdot \pi}{3}\right) \end{cases}$$

Y las de línea o compuestas:

$$\begin{cases} v_{AB} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot V_s \cdot \text{sen}\left(\omega \cdot t + \frac{\pi}{6}\right) \\ v_{BC} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot V_s \cdot \text{sen}\left(\omega \cdot t - \frac{\pi}{2}\right) \\ v_{CA} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot V_s \cdot \text{sen}\left(\omega \cdot t - \frac{7 \cdot \pi}{6}\right) \end{cases}$$

Para el estudio del funcionamiento, diferenciaremos tres casos en función del ángulo de disparo de los tiristores (NOTA.- el ángulo de disparo en los reguladores se cuenta a partir del paso por cero de la tensión de la fase A).

1) Para $0^\circ < \alpha < 60^\circ$.

En este caso dos o tres dispositivos semiconductores pueden estar en conducción al mismo tiempo, siendo las combinaciones posibles:

1. Dos tiristores y un diodo.
2. Un tiristor y un diodo.
3. Un tiristor y dos diodos.

Cuando tres semiconductores conducen, se tendrá un circuito trifásico normal, como muestra la figura 4.14 (se han representado los semiconductores en conducción marcados en negro). Siendo $v_{an} = v_{AN} = \sqrt{2} \cdot V_s \cdot \text{sen}(\omega \cdot t)$. Igual ocurre con las otras fases de la carga.

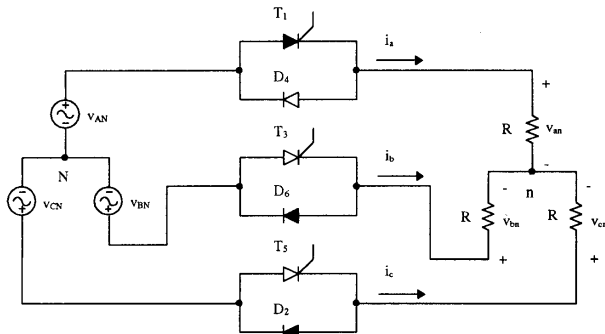


Fig. 4.14. Esquema para tres semiconductores en conducción

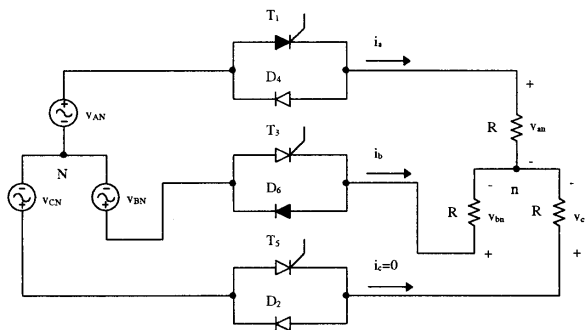


Fig. 4.15. Esquema para dos semiconductores en conducción

BIBLIOTECA UIS

Si dos componentes semiconductores conducen al mismo tiempo, la corriente circula sólo por dos fases y la tercera puede considerarse como un circuito abierto, tal y como se muestra en la figura 4.15. La tensión de línea o compuesta aparecerá a través de dos terminales de la carga, y la tensión de fase será la mitad de la tensión de línea.

$$v_{an} = \frac{v_{AB}}{2} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot V_s}{2} \cdot \text{sen}\left(\omega \cdot t + \frac{\pi}{6}\right)$$

Las formas de onda para la tensión de fase aplicada a la carga (ejemplo v_{an}), pueden ser dibujadas directamente a partir de la tensión de entrada de línea y fase, teniendo en cuenta que v_{an} corresponderá a v_{AN} si tres semiconductores conducen, v_{an} será $\frac{v_{AB}}{2}$ o $\frac{v_{AC}}{2}$ si dos semiconductores conducen y $v_{an} = 0$ si el terminal "a" está en circuito abierto.

2) Para $60^\circ < \alpha < 120^\circ$.

En este caso solo un tiristor está en conducción en cada instante de tiempo, retornando la intensidad por uno o dos diodos.

3) Para $120^\circ < \alpha < 210^\circ$.

Solo un tiristor y un diodo conducen a la vez.

En las figuras 4.16, 4.17 y 4.19 podemos observar la forma de onda de la tensión aplicada a la fase "a" de la carga y los semiconductores que están en conducción en cada intervalo de tiempo, para valores del ángulo de disparo de 30° , 60° y 90° , respectivamente.

La expresión para el valor eficaz de la tensión de salida depende del intervalo del ángulo de disparo considerado. El valor eficaz de la tensión aplicada a una fase de la carga, puede calcularse como sigue:

Para $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$

$$\begin{aligned}
 V_0 &= \sqrt{\frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_0^{2\pi} v_{an}^2 \cdot d(\omega \cdot t)} = \\
 &= \sqrt{6} \cdot V_s \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \left[\int_{\alpha}^{\frac{2\pi}{3}} \frac{\text{sen}^2(\omega \cdot t)}{3} d(\omega \cdot t) + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2} + \alpha} \frac{\text{sen}^2(\omega \cdot t)}{4} d(\omega \cdot t) + \right. \\
 &\quad \left. + \int_{\frac{2\pi}{3} + \alpha}^{\frac{4\pi}{3}} \frac{\text{sen}^2(\omega \cdot t)}{3} d(\omega \cdot t) + \int_{\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2} + \alpha} \frac{\text{sen}^2(\omega \cdot t)}{4} d(\omega \cdot t) + \right. \\
 &\quad \left. + \int_{\frac{4\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \frac{\text{sen}^2(\omega \cdot t)}{3} d(\omega \cdot t) \right] \\
 V_0 &= \sqrt{3} \cdot V_s \cdot \sqrt{\frac{1}{\pi} \cdot \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\alpha}{4} + \frac{\text{sen}(2 \cdot \alpha)}{8} \right)} \quad (4.9)
 \end{aligned}$$

Para $90^\circ \leq \alpha \leq 120^\circ$

$$V_0 = \sqrt{6} \cdot V_s \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \left[\int_{\alpha}^{\frac{2\pi}{3}} \frac{\text{sen}^2(\omega \cdot t)}{3} \cdot d(\omega \cdot t) + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{\text{sen}^2(\omega \cdot t)}{4} \cdot d(\omega \cdot t) + \right. \\
 \left. + \int_{\frac{2\pi}{3} + \alpha}^{\frac{4\pi}{3}} \frac{\text{sen}^2(\omega \cdot t)}{3} \cdot d(\omega \cdot t) + \int_{\frac{3\pi}{2}}^{\frac{2\pi}{3}} \frac{\text{sen}^2(\omega \cdot t)}{4} \cdot d(\omega \cdot t) + \right. \\
 \left. + \int_{\frac{4\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \frac{\text{sen}^2(\omega \cdot t)}{3} \cdot d(\omega \cdot t) \right]^{\frac{1}{2}}$$

BIBLIOTECA

$$V_0 = \sqrt{3} \cdot V_s \cdot \sqrt{\frac{1}{\pi} \left(\frac{11 \cdot \pi}{24} - \frac{\alpha}{2} \right)} \quad (4.10)$$

Para $120^\circ \leq \alpha \leq 210^\circ$

$$V_0 = V_s \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{\frac{1}{2 \cdot \pi} \left(\int_{\frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{3} + \alpha}^{\pi} \frac{\text{sen}^2(\omega \cdot t)}{4} \cdot d(\omega \cdot t) + \int_{\frac{3\pi}{2} - \frac{2\pi}{3} + \alpha}^{2\pi} \frac{\text{sen}^2(\omega \cdot t)}{4} \cdot d(\omega \cdot t) \right)}$$

$$V_0 = \sqrt{3} \cdot V_s \cdot \sqrt{\frac{1}{\pi} \left(\frac{13 \cdot \pi}{24} - \frac{\alpha}{4} + \frac{\text{sen}(2 \cdot \alpha)}{16} - \frac{\sqrt{3} \cdot \cos(2 \cdot \alpha)}{16} \right)} \quad (4.11)$$

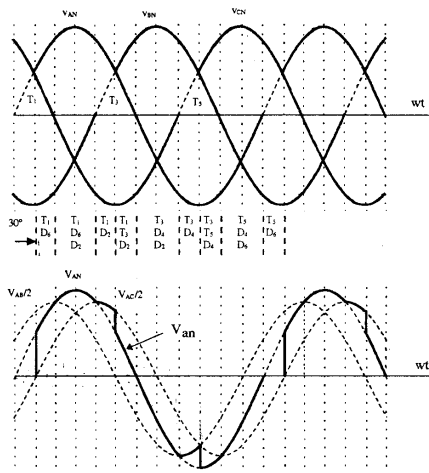


Fig. 4.16. Formas de onda para el regulador trifásico unidireccional. $\alpha = 30^\circ$.
Carga resistiva en estrella

Por último decir, que cuando el neutro de la carga es accesible tenemos la posibilidad de utilizar unidades compactas con solo tres terminales de potencia y muy bajas pérdidas, como se observa en la figura 4.19.

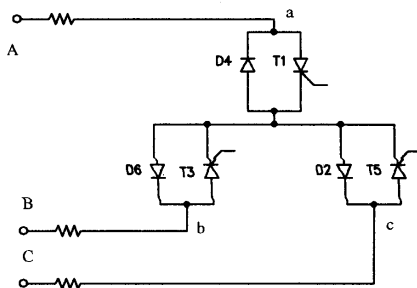


Fig. 4.19. Esquema del regulador trifásico unidireccional con punto neutro de la carga accesible

EJERCICIO 4.8.

Un regulador trifásico unidireccional como el de la figura 4.13 tiene una resistencia de 5Ω , con una tensión de fase de entrada de 220 V , 50 Hz . El ángulo de disparo de los tiristores es de 60° . Calcular la corriente eficaz que circula por uno de los tiristores.

4.6.2. Carga resistiva. Conexión triángulo

El esquema de conexión para este regulador se observa en la figura 4.20. En este caso, la tensión aplicada a una fase de la carga se obtiene muy fácilmente a partir de las tensiones de línea, en función de los semiconductores que hay en conducción en cada momento.

Si tres semiconductores conducen, las corrientes de línea y fase seguirían la relación normal de un sistema trifásico y las tensiones de fase aplicadas a la carga son iguales a las tensiones de línea. Esta situación se muestra en la figura 4.20, donde se han marcado en negro los semiconductores que tenemos en conducción.

$$v_{ab} = v_{AB}; \quad v_{bc} = v_{BC}; \quad v_{ca} = v_{CA}$$

La corriente en la fase "a" es: $i_{ab} = I_m \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) = v_{AB} / R$, la corriente de línea será: $i_a = i_{ab} - i_{ac} = \sqrt{3} \cdot I_m \cdot \text{sen}\left(\omega \cdot t - \frac{\pi}{6}\right)$

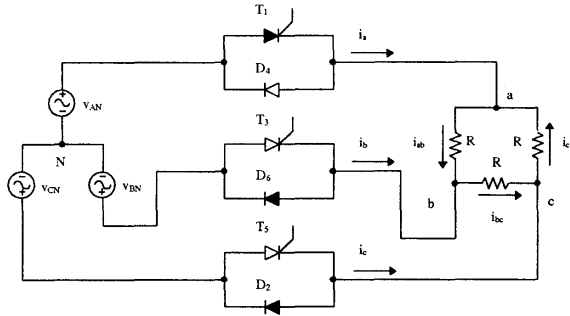


Fig. 4.20. Regulador trifásico unidireccional con carga resistiva en triángulo. Tres semiconductores en conducción

Si solo dos semiconductores conducen al mismo tiempo, como muestra la figura 4.21, un terminal de la carga puede ser considerado como un circuito abierto.

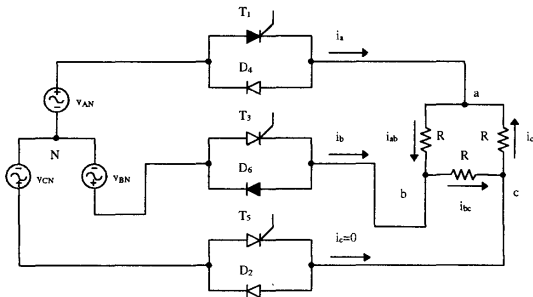


Fig. 4.21. Regulador trifásico unidireccional con carga resistiva en triángulo. Dos semiconductores en conducción

Por lo que tendremos:

$$v_{ab} = v_{AB}; \quad v_{bc} = v_{AB} / 2; \quad v_{ca} = v_{AB} / 2$$

$$i_{ab} = v_{AB} / R; \quad i_{ca} = i_{bc} = -\frac{i_{ab}}{2}$$

$$i_a = i_{ab} - i_{ca} = i_{ab} + \frac{i_{ab}}{2} = \frac{3}{2} \cdot i_{ab} = \frac{3}{2} \cdot I_m \cdot \text{sen}(\omega \cdot t)$$

EJERCICIO 4.9.

Un regulador trifásico unidireccional como el de la figura 4.20 tiene una resistencia de 10 Ω, con una tensión de fase de entrada de 220 V, 50 Hz. El ángulo de disparo de los tiristores es de 30°. Calcular la corriente eficaz que circula por uno de los tiristores.

4.7. REGULADOR TRIFÁSICO BIDIRECCIONAL

4.7.1. Carga resistiva. Conexión estrella

Los reguladores unidireccionales estudiados en el epígrafe anterior, contienen una corriente de red con componente de continua y con alto contenido de armónicos, debido a la naturaleza asimétrica de las formas de onda de las tensiones aplicadas a la carga. Esto hace que no se utilicen en las aplicaciones reales. En su lugar se utilizan los reguladores de alterna trifásicos bidireccionales. El esquema de un regulador de alterna trifásico bidireccional con una carga conectada en estrella, se muestra en la figura 4.22. El funcionamiento de este regulador es similar al del regulador trifásico unidireccional, excepto en el camino de retorno para la corriente de carga, que en este caso es proporcionado por los tiristores T_2 , T_4 y T_6 , en vez de por los diodos. La secuencia de disparo de los tiristores es: $T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6$; con un intervalo de retraso de 60°.

Las tensiones instantáneas de fase y línea, se definen del mismo modo, que en el regulador trifásico unidireccional.

Diferenciaremos entre varios rangos del ángulo de disparo para ver el número de semiconductores que conducen al mismo tiempo, y de esta manera obtener la forma de onda de la tensión aplicada a la carga, igual que se hizo para los reguladores unidireccionales.

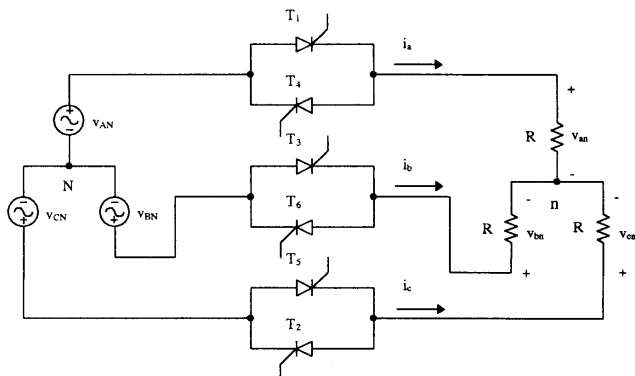


Fig. 4.22. Regulador trifásico bidireccional con carga resistiva en estrella

1) Para $0^\circ \leq \alpha \leq 60^\circ$.

Antes del disparo de T_1 , conducen dos tiristores simultáneamente, después del disparo de T_1 , conducen tres simultáneamente. Por otro lado tendremos en cuenta, que un tiristor se corta cuando su corriente intenta hacerse negativa. Luego en este intervalo las condiciones de funcionamiento varían entre dos y tres tiristores en conducción simultáneamente.

2) Para $60^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$.

Solo dos tiristores conducen al mismo tiempo.

3) Para $90^\circ \leq \alpha \leq 150^\circ$.

Existen periodos en los que conducen dos tiristores simultáneamente, y otros en los que no hay tiristores en conducción.

4) Para $\alpha \geq 150^\circ$.

No hay períodos en los que dos tiristores entren en conducción y la tensión de salida se hace cero.

El rango del ángulo de control es, por tanto: $0 \leq \alpha \leq 150^\circ$.

En las figuras 4.23, 4.24 y 4.25 podemos observar la forma de onda de la tensión aplicada a la fase "a" de la carga y los semiconductores que están en conducción en cada intervalo de tiempo, para valores del ángulo de disparo de 30° , 60° y 120° , respectivamente.

De forma similar a lo que ocurriría con los reguladores unidireccionales, las expresiones de la tensión eficaz aplicada a una fase de la carga, dependen del rango de los ángulos de disparo. A continuación se muestran las expresiones para dicho cálculo.

Para $0^\circ \leq \alpha \leq 60^\circ$

$$V_0 = \sqrt{\frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_0^{2\pi} v_{an}^2 \cdot d(\omega \cdot t)}$$

$$V_0 = \sqrt{6} \cdot V_s \cdot \left[\frac{2}{2 \cdot \pi} \cdot \left(\int_{\alpha}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\text{sen}^2(\omega \cdot t)}{3} \cdot d(\omega \cdot t) + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2} + \alpha} \frac{\text{sen}^2(\omega \cdot t)}{4} \cdot d(\omega \cdot t) + \int_{\frac{\pi}{3} + \alpha}^{\frac{2\pi}{3}} \frac{\text{sen}^2(\omega \cdot t)}{3} \cdot d(\omega \cdot t) + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2} + \alpha} \frac{\text{sen}^2(\omega \cdot t)}{4} \cdot d(\omega \cdot t) + \int_{\frac{2\pi}{3} + \alpha}^{\pi} \frac{\text{sen}^2(\omega \cdot t)}{3} \cdot d(\omega \cdot t) \right) \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$V_0 = \sqrt{6} \cdot V_s \cdot \sqrt{\frac{1}{\pi} \cdot \left(\frac{\pi}{6} - \frac{\alpha}{4} + \frac{\text{sen}(2 \cdot \alpha)}{8} \right)} \quad (4.12)$$

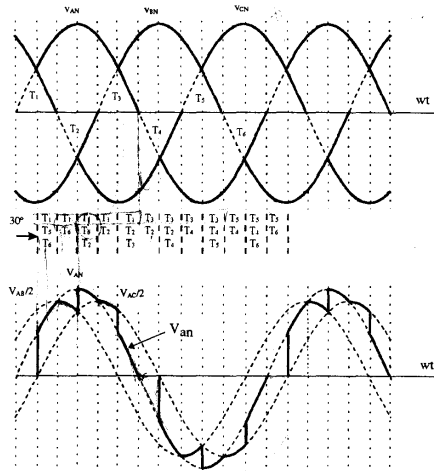


Fig. 4.23. Formas de onda para el regulador trifásico bidireccional con carga resistiva en estrella. $\alpha = 30^\circ$

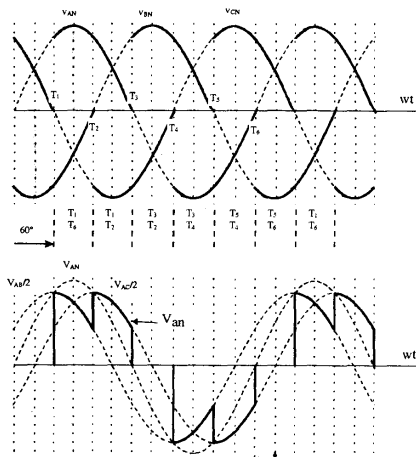
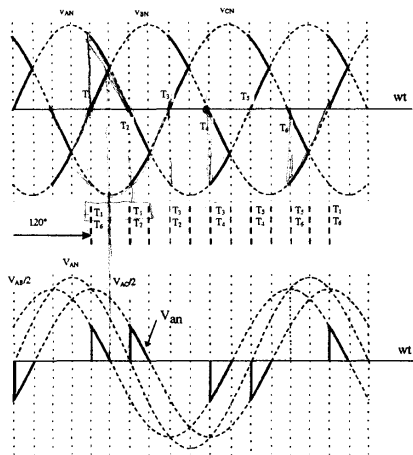


Fig. 4.24. $\alpha = 60^\circ$

5
 6
 7
 8
 9
 10
 11
 12
 13
 14
 15
 16
 17
 18
 19
 20
 21
 22
 23
 24
 25
 26
 27
 28
 29
 30
 31
 32
 33
 34
 35
 36
 37
 38
 39
 40
 41
 42
 43
 44
 45
 46
 47
 48
 49
 50
 51
 52
 53
 54
 55
 56
 57
 58
 59
 60
 61
 62
 63
 64
 65
 66
 67
 68
 69
 70
 71
 72
 73
 74
 75
 76
 77
 78
 79
 80
 81
 82
 83
 84
 85
 86
 87
 88
 89
 90
 91
 92
 93
 94
 95
 96
 97
 98
 99
 100

Fig. 4.25. $\alpha = 120^\circ$

Para $60^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$

$$V_0 = \sqrt{6} \cdot V_s \cdot \left[\frac{2}{2 \cdot \pi} \cdot \left(\int_{\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} + \alpha}^{\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{3} + \alpha} \frac{\text{sen}^2(\omega \cdot t)}{4} \cdot d(\omega \cdot t) + \int_{\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} + \alpha}^{\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{3} + \alpha} \frac{\text{sen}^2(\omega \cdot t)}{4} \cdot d(\omega \cdot t) \right) \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$V_0 = \sqrt{6} \cdot V_s \cdot \sqrt{\frac{1}{\pi} \cdot \left(\frac{\pi}{12} + \frac{3 \cdot \text{sen}(2 \cdot \alpha)}{16} + \frac{\sqrt{3} \cdot \cos(2 \cdot \alpha)}{16} \right)} \quad (4.13)$$

Para $90^\circ \leq \alpha \leq 150^\circ$

$$V_0 = \sqrt{6} \cdot V_s \cdot \left[\frac{2}{2 \cdot \pi} \cdot \left(\int_{\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} + \alpha}^{\pi} \frac{\text{sen}^2(\omega \cdot t)}{4} \cdot d(\omega \cdot t) + \int_{\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} + \alpha}^{\pi} \frac{\text{sen}^2(\omega \cdot t)}{4} \cdot d(\omega \cdot t) \right) \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$V_0 = \sqrt{6} \cdot V_s \cdot \sqrt{\frac{1}{\pi} \cdot \left(\frac{5 \cdot \pi}{24} - \frac{\alpha}{4} + \frac{\text{sen}(2 \cdot \alpha)}{16} + \frac{\sqrt{3} \cdot \cos(2 \cdot \alpha)}{16} \right)} \quad (4.14)$$

Los semiconductores de potencia de un regulador bidireccional trifásico, también se pueden conectar como muestra la figura 4.19, cuando el neutro de la carga es accesible.

EJERCICIO 4.10.

Un regulador trifásico bidireccional como el de la figura 4.22 tiene una resistencia de 20Ω , con una tensión de fase de entrada de 220 V , 50 Hz . El ángulo de disparo de los tiristores es de 60° . Calcular las expresiones matemáticas para la tensión aplicada a la fase "c" de la carga.

4.7.2. Carga resistiva. Conexión triángulo

Quando la carga se conecta en triángulo los dispositivos semiconductores se pueden colocar, como se muestra en la figura 4.26 o como se muestra en la figura 4.27. Siempre que los terminales de la carga sean accesibles, utilizaremos el esquema eléctrico mostrado en la figura 4.27, ya que de este modo la corriente que circula por los tiristores es $1/\sqrt{3}$ veces la que circularía según el esquema eléctrico mostrado en la figura 4.26 (relación clásica entre corrientes de línea y fase en un sistema trifásico).

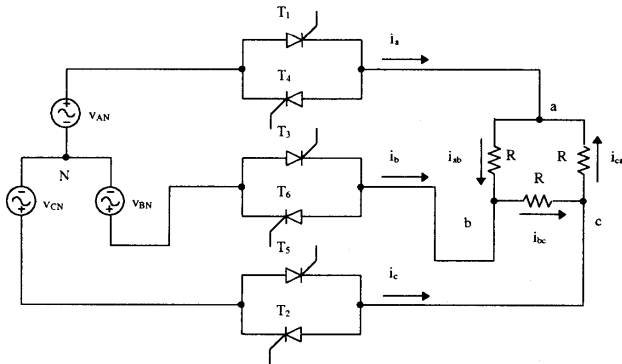


Fig. 4.26. Regulador trifásico bidireccional con carga resistiva en triángulo

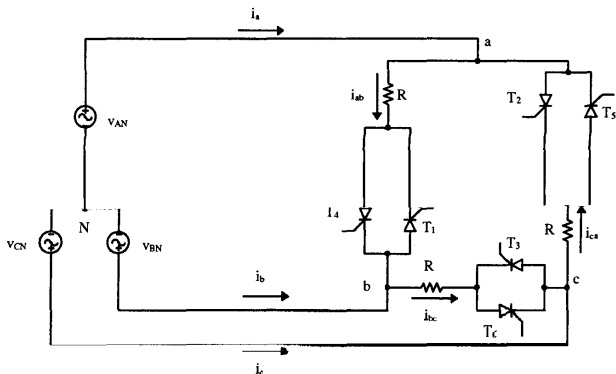
Vamos a suponer que las tensiones instantáneas de línea, o compuestas son:

$$v_{AB} = v_{ab} = \sqrt{2} \cdot V_{LL} \cdot \text{sen}(\omega \cdot t)$$

$$v_{BC} = v_{bc} = \sqrt{2} \cdot V_{LL} \cdot \text{sen}\left(\omega \cdot t - \frac{2 \cdot \pi}{3}\right)$$

$$v_{CA} = v_{ca} = \sqrt{2} \cdot V_{LL} \cdot \text{sen}\left(\omega \cdot t - \frac{4 \cdot \pi}{3}\right)$$

siendo V_{LL} , la tensión eficaz compuesta.



**Fig. 4.27. Regulador trifásico bidireccional con carga resistiva en triángulo.
Terminales en la carga accesibles**

Las tensiones de línea, o compuesta de entrada, corrientes de fase y de línea y señales de puerta de los tiristores (indicando con el nombre del tiristor el instante de disparo), se muestran en la figura 4.28, para $\alpha = 120^\circ$.

El valor eficaz de la tensión aplicada a una fase de la carga, puede ser determinado como sigue:

$$\begin{aligned} V_0 &= \sqrt{\frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{\alpha}^{2\pi} v_{ab}^2 \cdot d(\omega \cdot t)} = \sqrt{\frac{2}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{\alpha}^{\pi} 2 \cdot V_{LL} \cdot \text{sen}^2(\omega \cdot t) \cdot d(\omega \cdot t)} = \\ &= V_{LL} \cdot \sqrt{\frac{1}{\pi} \cdot \left(\pi - \alpha + \frac{\text{sen}(2 \cdot \alpha)}{2} \right)} \end{aligned}$$

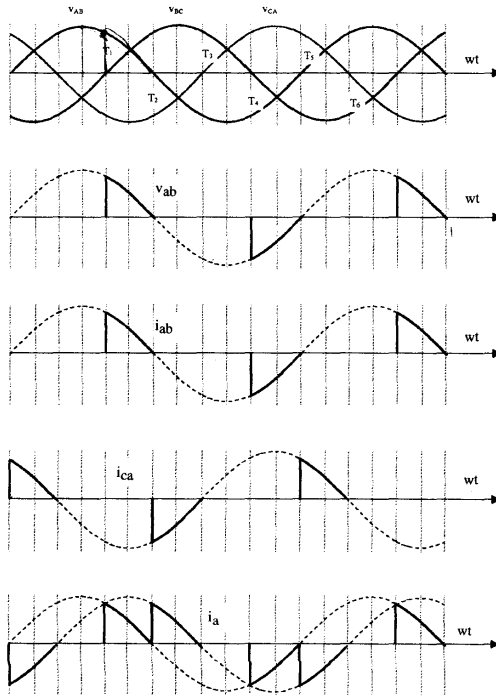


Fig. 4.28. Formas de onda en el regulador trifásico bidireccional con carga resistiva en triángulo. $\alpha = 120^\circ$

La tensión máxima de salida se obtiene cuando $\alpha = 0^\circ$. El rango del ángulo de disparo para este tipo de regulador es de $0^\circ \leq \alpha \leq \pi$.

Las corrientes de línea son:

$$\begin{cases} i_a = i_{ab} - i_{ca} \\ i_b = i_{bc} - i_{ab} \\ i_c = i_{ca} - i_{bc} \end{cases}$$

Observando la figura 4.28, vemos que las corrientes de línea dependen del ángulo de disparo, pudiendo ser discontinuas. El valor eficaz de las corrientes, tanto de línea como de fase, pueden determinarse, bien por solución numérica (integración) o aprovechando las componentes del análisis de Fourier. Si I_n es el valor eficaz de la componente armónica n -ésima de la corriente de fase, el valor eficaz de la corriente de fase puede calcularse como:

$$I_{ab} = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 + \dots + I_n^2}$$

Debido a la conexión triángulo de la carga, las componentes armónicas múltiplos de tres (esto es $n = 3m$ donde $m = 1, 2, 3, \dots$) de las corrientes de fase, circularían a través de la conexión triángulo y no circularían por línea. Esto es debido, al hecho de que las corrientes de fase de los armónicos múltiplos de 3, son homopolares (pulsan en fase) en las tres fases de la carga.

$$\left\{ \begin{array}{l} i_{ab\ 3} = \sqrt{2} \cdot I_s \cdot \text{sen}(n \cdot \omega \cdot t) = \sqrt{2} \cdot I_s \cdot \text{sen}(3 \cdot \omega \cdot t) \\ i_{bc\ 3} = \sqrt{2} \cdot I_s \cdot \text{sen}\left[n \cdot \left(\omega \cdot t - \frac{2 \cdot \pi}{3}\right)\right] = \sqrt{2} \cdot I_s \cdot \text{sen}(3 \cdot \omega \cdot t - 2 \cdot \pi) \\ i_{ca\ 3} = \sqrt{2} \cdot I_s \cdot \text{sen}\left[n \cdot \left(\omega \cdot t - \frac{4 \cdot \pi}{3}\right)\right] = \sqrt{2} \cdot I_s \cdot \text{sen}(3 \cdot \omega \cdot t - 4 \cdot \pi) \end{array} \right.$$

Por lo que el valor eficaz de la corriente de línea, teniendo en cuenta lo anterior, será:

$$I_a = \sqrt{3 \cdot (I_1^2 + I_5^2 + I_7^2 + I_{11}^2 + \dots + I_n^2)}$$

Como resultado, el valor eficaz de la corriente de línea no seguirá la relación normal de los sistemas trifásicos, quedando en su lugar la siguiente relación:

$$I_a < \sqrt{3} \cdot I_{ab}$$

CAPÍTULO

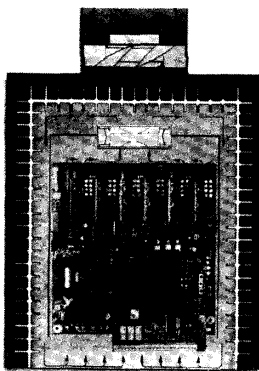
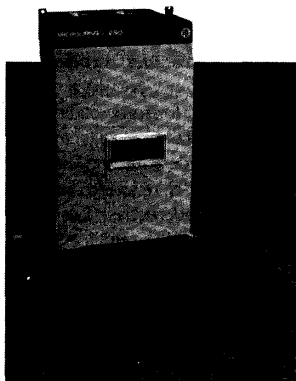


INVERSORES

5.1. INTRODUCCIÓN

En los convertidores estudiados en los capítulos anteriores (rectificadores y reguladores) transformábamos las características de la energía de entrada al convertidor -energía suministrada por la red eléctrica-, pasando de tensión alterna a continua o, de tensión alterna a alterna de diferente valor eficaz; pero en ningún caso teníamos la posibilidad de variar la frecuencia de esta tensión. Tampoco se tenía la posibilidad de obtener corriente alterna a partir de fuentes de corriente continua (baterías, acumuladores). Para dar solución a estos problemas, aparecen los convertidores dc-ac, denominados comúnmente "inversores".

Existen aplicaciones en las que realmente lo que interesa, es la posibilidad de variar la frecuencia en un amplio margen (a la vez que la amplitud de la tensión). Este es el caso de los variadores de frecuencia utilizados en la regulación de velocidad de los motores de alterna (asíncronos y síncronos).



35-14 198 : 126

La alimentación se obtiene a partir de la tensión de red, alterna trifásica o monofásica de 50 Hz, obteniendo una etapa intermedia de tensión continua, denominada "dc link", por medio del conjunto formado por un rectificador y filtro. A continuación se coloca el inversor entre la "dc link" y el motor, como se muestra en la figura 5.1.

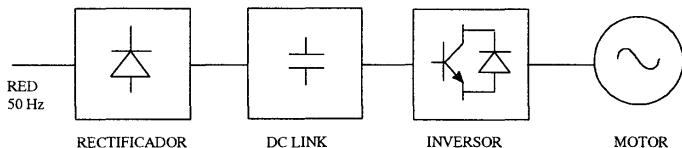


Fig. 5.1. Esquema de bloques del circuito de potencia de un variador de velocidad

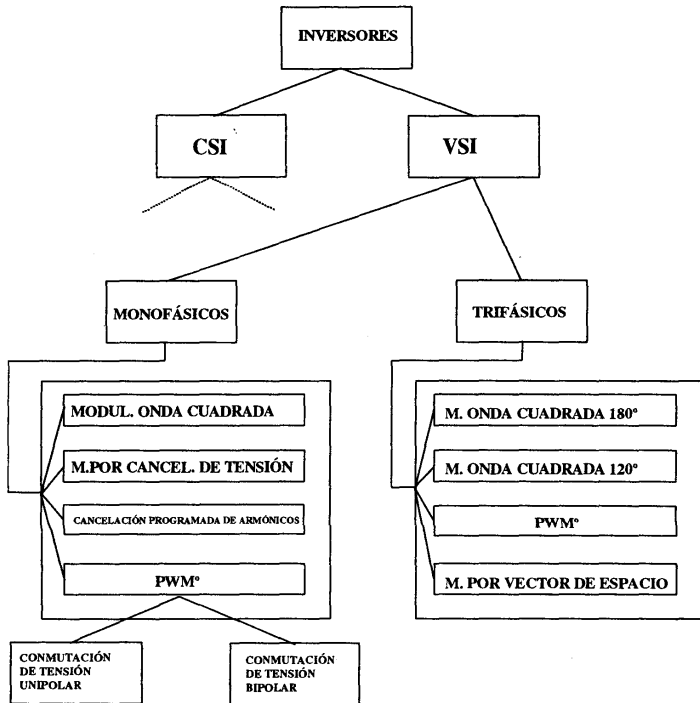
Otra aplicación que utiliza el mismo esquema, sería la de calentamiento por inducción.

Otra aplicación donde se utiliza el inversor, es en fuentes de alimentación ininterrumpidas (SAI). En este caso se requiere que a partir de energía continua, previamente almacenada en baterías, se obtenga corriente alterna de frecuencia fija (en la mayoría de los casos 50 Hz), para la alimentación de centros de consumo, donde no se puede permitir una pérdida de suministro (quirófanos, unidades de cuidados intensivos, etc).

Por último decir que las tensiones de salida de un inversor ideal, deberían ser perfectamente senoidales, sin embargo en la realidad no lo son y contienen armónicos. Para aplicaciones de baja y media potencia, tensiones con forma de onda cuadradas o "casi cuadradas" pueden ser aceptables; pero para altas potencias se requieren formas de onda con baja distorsión. Con la disponibilidad de semiconductores de potencia de alta velocidad, el contenido de armónicos puede ser reducido o minimizado significativamente, utilizando técnicas de conmutación adecuadas. Los elementos semiconductores más utilizados son: BJT's, MOSFET's, IGBT's, etc.

En el siguiente esquema se muestra una clasificación general de los inversores. En ella se aprecia un primer nivel de división, que depende de la alimentación utilizada. Por un lado se tienen los alimentados por fuente de corriente (CSI, current source inverters), utilizados casi exclusivamente en el campo de la regulación de velocidad para potencias elevadas, y, por otro, los alimentados por fuente de tensión (VSI, voltage source inverters), ampliamente utilizados en la mayoría de aplicacio-

nes. En el segundo nivel se dividen, según el tipo de la tensión alterna obtenida, pudiendo ser monofásicos o trifásicos. La división en los últimos niveles se realiza atendiendo, a las técnicas de control empleadas en la obtención de la forma de onda de la tensión de salida.



En el presente capítulo se establece, en primer lugar, el principio de funcionamiento del inversor monofásico de medio puente con modulación de onda cuadrada. Este principio, nos servirá de base para el buen entendimiento de todos los métodos de control que se estudiarán con posterioridad.

En una etapa posterior, abordaremos el estudio de los distintos métodos de control más utilizados en la práctica, para los inversores monofásicos alimentados con fuente de tensión, haciendo énfasis especial en el control PWM, debido a su gran importancia en la industria.

Una vez asimilados los métodos de control de los inversores monofásicos pasaremos al estudio de los inversores trifásicos, alimentados por fuente de tensión.

Por último y de manera breve realizaremos el estudio de un inversor monofásico alimentado por fuente de corriente.

5.2 . PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO. INVERSOR MONOFÁSICO DE MEDIO PUENTE CON MODULACIÓN DE ONDA CUADRADA Y ALIMENTADO POR FUENTE DE TENSIÓN (VSI)

El esquema de dicho inversor se puede observar en la figura 5.2. Los semiconductores controlados de potencia se representan por interruptores ideales, mediante flechas, indicando la punta de la flecha el único sentido posible de circulación de la corriente.

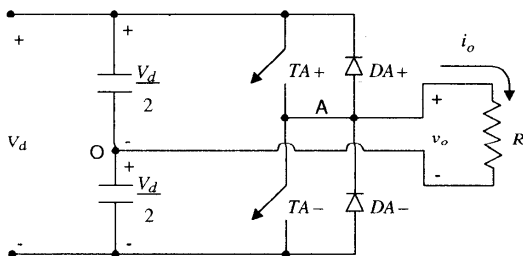


Fig. 5.2. Inversor monofásico de medio puente

$$\text{Cuando: } T_{A+} \text{ está en ON, durante } \frac{T}{2} \text{ (180}^\circ\text{)} \rightarrow v_{A0} = \frac{V_d}{2}$$

$$T_{A-} \text{ está en ON, durante el otro } \frac{T}{2} \text{ (180}^\circ\text{)} \rightarrow v_{A0} = -\frac{V_d}{2}$$

El diseño del circuito de control ha de tener en cuenta que T_{A+} y T_{A-} no estén en conducción al mismo tiempo, con el objetivo de no provocar un cortocircuito. Por tanto, entre la puesta en conducción de uno de los interruptores de una rama y la desconexión del otro, habrá que dejar transcurrir un cierto tiempo, conocido como tiempo muerto o "blanking time".

Las formas de onda de las principales magnitudes del circuito, se pueden ver en la figura 5.3.

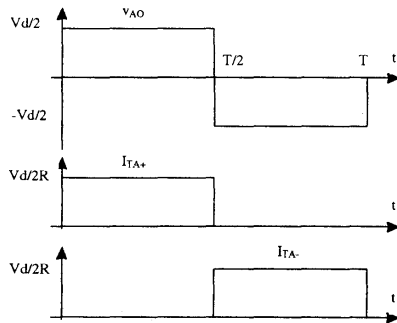


Fig. 5.3. Formas de onda para el inversor monofásico de medio puente

En este caso, en el que la carga está formada por una resistencia pura, los diodos colocados en antiparalelo con los interruptores nunca conducen, ya que cuando la tensión aplicada a la carga es positiva, la intensidad es positiva, y cuando la tensión es negativa, la intensidad es negativa. No ocurrirá lo mismo cuando la carga esté formada por resistencia e inductancia, siendo en este caso el ángulo de conducción de los diodos función del ángulo de desfase de la carga.

Este inversor requiere una fuente de DC, con tres tomas o simétrica, siendo la tensión inversa que soporta un semiconductor cuando está cortado de V_d (tensión total de la fuente de continua).

Los valores de la tensión eficaz, amplitud de la componente fundamental y amplitud de los armónicos, de la tensión aplicada a la carga son:

$$V_{A0} = \sqrt{\frac{2}{T} \cdot \int_0^{\frac{T}{2}} \frac{V_d^2}{4} \cdot dt} = \frac{V_d}{2} \quad (5.1)$$

$$(\hat{V}_{A0})_1 = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{V_d}{2} = 1,273 \cdot \left(\frac{V_d}{2}\right) \quad (5.2)$$

$$(\hat{V}_{A0})_h = \frac{(\hat{V}_{A0})_1}{h} \quad (5.3)$$

La tensión v_{A0} puede ser expresada en serie de Fourier como:

$$v_{A0} = \sum_{h=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{4}{h \cdot \pi} \cdot \frac{V_d}{2} \cdot \text{sen}(h \cdot \omega \cdot t) \quad (5.4)$$

EJERCICIO 5.1.

Dibujar las formas de onda de la tensión aplicada a la carga y de la corriente que circula por la carga, para el inversor monofásico de medio puente con carga inductiva pura, en régimen estacionario. Indicar los semiconductores que están en conducción en cada instante.

EJERCICIO 5.2.

Demostrar que el valor máximo positivo, alcanzado por la intensidad que circula por la carga, es igual a:

$$I_{o,max} = \frac{V_d}{8 \cdot L \cdot f}$$

Cuando la carga está formada por resistencia e inductancia en serie, el período de conducción de los interruptores variará de 90° a 180° , quedando fijado su valor por el ángulo de desfase de la carga.

La intensidad que circula por una carga formada por resistencia e inductancia RL, se puede obtener a partir de la siguiente expresión:

$$i_0 = \sum_{h=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{4}{h \cdot \pi} \cdot \frac{V_d}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{R^2 + (h \cdot \omega \cdot L)^2}} \cdot \text{sen}(h \cdot \omega \cdot L - \vartheta_h) \quad (5.5)$$

donde: $\vartheta_h = \arctg\left(\frac{h \cdot \omega \cdot L}{R}\right)$

Si llamamos I_{01} , al valor eficaz de la componente fundamental de la corriente que circula por la carga, la potencia consumida, debida a dicha componente ($h=1$), se puede calcular como:

$$\begin{aligned} P_{01} &= V_{A01} \cdot I_{01} \cdot \cos(\vartheta_1) = I_{01}^2 \cdot R = \\ &= \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{4}{h \cdot \pi} \cdot \frac{V_d}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{R^2 + (h \cdot \omega \cdot L)^2}} \right]^2 \cdot R \end{aligned} \quad (5.6)$$

5.3. INVERSOR MONOFÁSICO EN PUENTE CON MODULACIÓN DE ONDA CUADRADA

En la figura 5.4 se representa el esquema para este tipo de inversor. La técnica de modulación utilizada hace que los interruptores sean controlados por parejas, $(T_{A+} \ T_{B-})$ y $(T_{A-} \ T_{B+})$, con un desfase entre ellos de 180° .

Cuando:

$$(T_{A+} \ T_{B-}) \text{ están en ON: } \begin{cases} \cdot v_{A0} = \frac{V_d}{2} \\ \cdot v_{B0} = -\frac{V_d}{2} \end{cases} \Rightarrow v_{AB} = v_{A0} - v_{B0} = V_d$$

$$(T_{A-}, T_{B+}) \text{ están en ON: } \begin{cases} v_{A0} = -\frac{V_d}{2} \\ v_{B0} = \frac{V_d}{2} \end{cases} \Rightarrow v_{AB} = v_{A0} - v_{B0} = -V_d$$

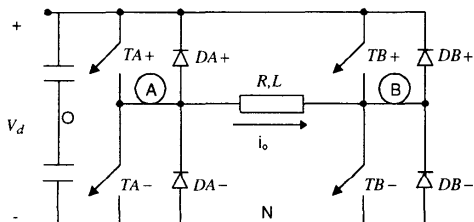


Fig. 5.4. Inversor monofásico en puente

Las formas de onda más representativas se observan en la figura 5.5.

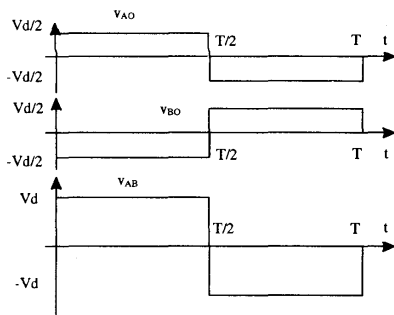


Fig. 5.5. Formas de onda para el inversor monofásico en puente

De igual forma que se hizo para el inversor de medio puente, se puede obtener el valor eficaz y las amplitudes de la componente fundamental y los armónicos de la tensión aplicada a la carga, sin más que fijarnos que la tensión en este caso es el doble.

$$V_{AB} = \sqrt{\frac{2}{T} \cdot \int_0^{T/2} V_d^2 \cdot dt} = V_d \quad (5.7)$$

$$(\hat{V}_{AB})_1 = \frac{4}{\pi} \cdot V_d = 1,273 \cdot V_d \quad (5.8)$$

$$(\hat{V}_{AB})_h = \frac{4}{\pi \cdot h} \cdot V_d \quad (5.9)$$

EJERCICIO 5.3.

Obtener la expresión del desarrollo en serie de Fourier de la tensión aplicada a la carga v_{AB} , y de la intensidad que circula por la carga, si ésta está formada por una resistencia de 10 Ω y una inductancia de 3 mH. Considerar un valor de V_d de 200 V.

EJERCICIO 5.4.

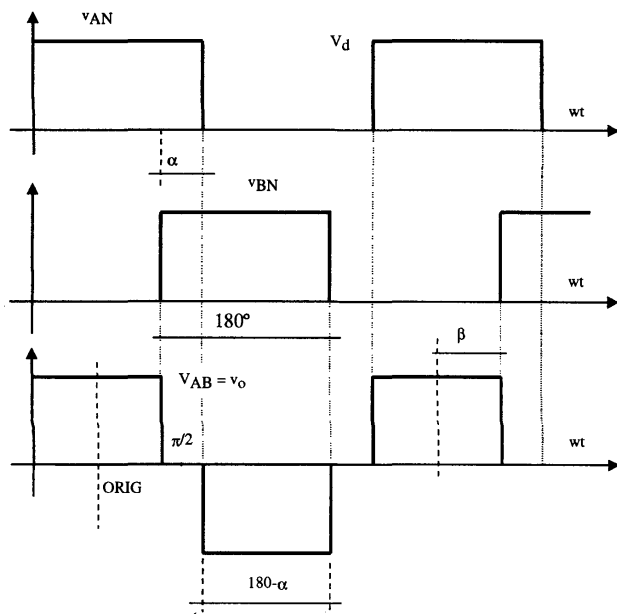
Comparando los dos inversores vistos en los apartados anteriores, indicar las diferencias más importantes que se observan.

5.4 . TÉCNICA DE MODULACIÓN POR CANCELACIÓN DE TENSIÓN

Esta técnica de modulación se aplica sobre el inversor monofásico en puente, que se puede observar en la figura 5.4. Dicha técnica consiste en realizar un control independiente de cada una de las ramas del inversor. Los interruptores de una misma rama, se controlarán utilizando la técnica de modulación de onda cuadrada, con un desfase entre el control de ambas ramas menor de 180° , en nuestro caso de $(180^\circ - \alpha)$.

La forma de onda de la tensión aplicada a la carga, obtenida con este tipo de modulación se pueden ver en la figura 5.6. El ángulo β se puede expresar en función de α , de acuerdo con la siguiente expresión, sin más que tener en cuenta pequeñas consideraciones geométricas.

$$\beta = \frac{(180^\circ - \alpha)}{2} = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}$$



*Fig. 5.6. Formas de onda para el inversor monofásico en puente.
Modulación por cancelación de tensión*

Cuando $\alpha = 0$, estaríamos en el caso de modulación por onda cuadrada, estudiada en el apartado anterior.

Para el origen de tiempos considerado en la figura 5.6, observamos que v_o es una función par, con simetría de media onda, luego el cálculo del desarrollo en serie de Fourier puede ser simplificado del siguiente modo:

$$(\hat{V}_o)_h = \frac{4}{\pi} \cdot \int_0^{\pi/2} V_d \cdot \cos(h \cdot \omega \cdot t) \cdot d(\omega \cdot t) \quad (5.10)$$

que realizando operaciones nos queda:

$$\begin{aligned} (\hat{V}_o)_h &= \frac{4}{\pi} \cdot \int_0^{\beta} V_d \cdot \cos(h \cdot \omega \cdot t) \cdot d(\omega \cdot t) = \\ &= \frac{4}{h \cdot \pi} \cdot V_d \cdot \text{sen}(h \cdot \beta) \rightarrow h = 1,3,5,7,\dots \end{aligned}$$

Esta técnica de modulación es muy apropiada cuando nos interesa eliminar un armónico concreto en la tensión aplicada a la carga.

EJERCICIO 5.5.

Utilizando la técnica de modulación por cancelación de tensión, calcular el valor del ángulo de desfase entre los controles de ambas ramas ($180-\alpha$), si nos interesa eliminar el armónico de orden 3.

5.5 . ESQUEMA DEL PWM (MODULACIÓN EN ANCHO DE PULSO). INVERSOR MONOFÁSICO DE MEDIO PUNTE

Tal y como se dijo en la introducción, en un inversor se desea que la salida sea una tensión senoidal de amplitud y frecuencia variable.

Para obtener una tensión senoidal de una frecuencia determinada, con un reducido número de armónicos, utilizaremos esta técnica. Para ello compararemos una señal de control senoidal, de la misma frecuencia que la tensión de salida deseada, con una forma de onda triangular de mayor frecuencia. La frecuencia de la onda triangular, establece la frecuencia de conmutación del inversor (interruptores del inversor), y se mantiene constante, junto con su amplitud.

Llamaremos:

- a la forma de onda triangular: $v_{tri} \rightarrow f_s$ (frecuencia portadora)
- a la forma de onda senoidal: $v_{control} \rightarrow f_1$ (frecuencia de modulación)

Se define la razón de modulación en amplitud m_a , como:

$$m_a = \frac{\hat{V}_{control}}{\hat{V}_{tri}} \quad (5.11)$$

y la razón de modulación en frecuencia m_f , como:

$$m_f = \frac{f_s}{f_1} \quad (5.12)$$

En el esquema del inversor de medio puente, que se ve en la figura 5.7, cuando:

$$v_{control} > v_{tri} \rightarrow T_{A+} (ON) \Rightarrow v_{A0} = \frac{1}{2} \cdot V_d$$

$$v_{control} < v_{tri} \rightarrow T_{A-} (ON) \Rightarrow v_{A0} = -\frac{1}{2} \cdot V_d$$

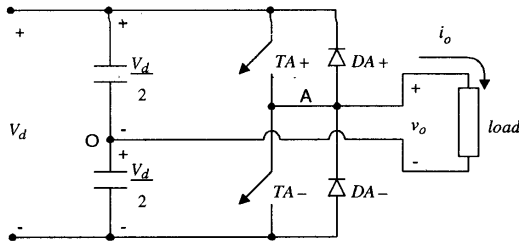


Fig. 5.7. Inversor monofásico de medio puente

Dado que T_{A+} y T_{A-} no pueden estar en OFF simultáneamente, v_{A0} varía entre $1/2 \cdot V_d$ y $-1/2 \cdot V_d$.

En la figura 5.8 podemos observar las formas de onda de $v_{control}$, v_{tri} , v_{A0} y la componente fundamental de v_{A0} , así como su espectro de armónicos para $m_f = 15$ y $m_a = 0.8$.

Observando dicho espectro de armónicos podemos realizar las siguientes afirmaciones:

Primera:

$$(\hat{V}_{A0})_1 = m_a \cdot \frac{1}{2} \cdot V_d \quad (5.13)$$

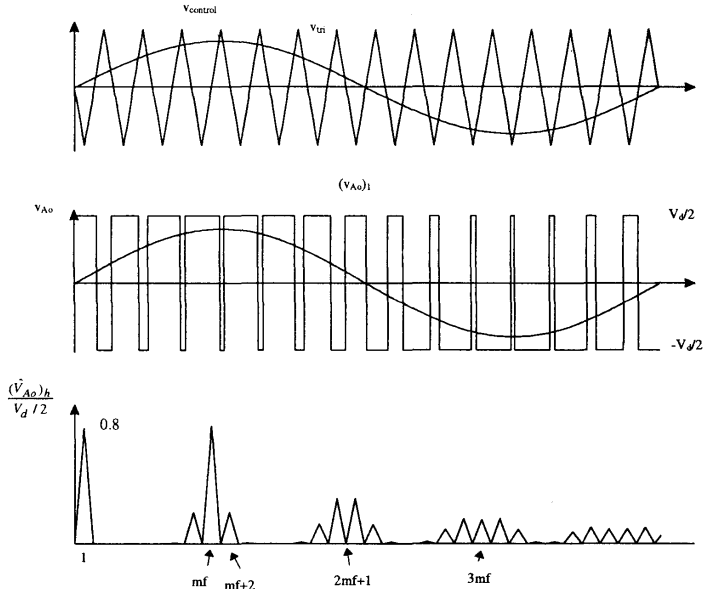


Fig. 5.8. Formas de onda y espectro armónico normalizado de la tensión de salida. Inversor monofásico de medio puente. Control PWM

Demostración:

Si suponemos que $v_{control} = \text{constante}$, podemos decir, que:

$$V_{A0(media)} = \frac{v_{control}}{\hat{V}_{tri}} \cdot \frac{V_d}{2} \rightarrow v_{control} \leq \hat{V}_{tri} \quad (5.14)$$

ya que, si nos fijamos en la figura 5.9, se tiene:

$$V_{A0(media)} = \left(\frac{t_{ON}}{T} \cdot \frac{V_d}{2} \right) - \left(\frac{t_{OFF}}{T} \cdot \frac{V_d}{2} \right) = \left(\frac{t_{ON} - t_{OFF}}{T} \right) \cdot \frac{V_d}{2} = [\delta - (1 - \delta)] \cdot \frac{V_d}{2}$$

$$V_{A0(media)} = (2 \cdot \delta - 1) \cdot \frac{V_d}{2} (*)$$

siendo: $\delta = \frac{t_{ON}}{T}$ → el ciclo de trabajo

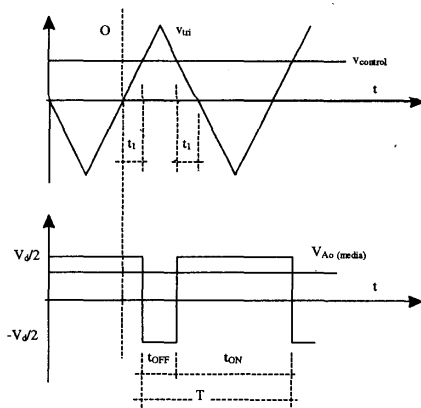


Fig. 5.9. Formas de onda para un control PWM

Por otro lado, también podemos decir:

$$v_{tri} = \hat{V}_{tri} \frac{t}{T/4} \rightarrow v_{control} = \hat{V}_{tri} \frac{t_1}{T/4}$$

luego, despejando:

$$t_1 = \frac{v_{control}}{\hat{V}_{tri}} \cdot \frac{T}{4}$$

El ciclo de trabajo, observando la figura 5.9, podemos expresarlo como sigue:

$$\delta = \frac{t_{ON}}{T} = \frac{2 \cdot t_1}{T} + \frac{1}{2} \cdot \frac{T}{T} = \frac{v_{control}}{\hat{V}_{tri}} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

si ahora lo sustituimos en la ecuación (*), queda:

$$V_{A0(\text{media})} = (2 \cdot \delta - 1) \cdot \frac{V_d}{2} = \frac{v_{control}}{\hat{V}_{tri}} \cdot \frac{V_d}{2}$$

Si consideramos que $v_{control}$ es senoidal y m_f es muy elevado, la variación de $v_{control}$ en una conmutación es mínima, como se observa en la figura 5.10, y por tanto se puede considerar despreciable. Asumiendo lo anterior, el valor "medio instantáneo" (el que tenemos durante una conmutación) de v_{A0} varía de un período de conmutación a otro, pero durante uno cualquiera de ellos, podemos considerar que se mantiene constante. El ritmo de variación del valor medio instantáneo de v_{A0} , será idéntico al de la tensión de control, por lo que podemos considerar que el valor medio instantáneo es igual a la componente fundamental de v_{A0} .

$$\text{Si } v_{control} = \hat{V}_{control} \cdot \text{sen}(\omega_1 \cdot t), \text{ donde } \hat{V}_{control} \leq \hat{V}_{tri}$$

$$(v_{A0})_1 = \frac{\hat{V}_{control}}{\hat{V}_{tri}} \cdot \text{sen}(\omega_1 \cdot t) \cdot \frac{V_d}{2} = m_a \cdot \text{sen}(\omega_1 \cdot t) \cdot \frac{V_d}{2}$$

$$(\hat{V}_{A0})_1 = m_a \cdot \frac{V_d}{2} \rightarrow m_a \leq 1$$

El rango de variación de m_a entre 0 y 1, se denomina "rango lineal".

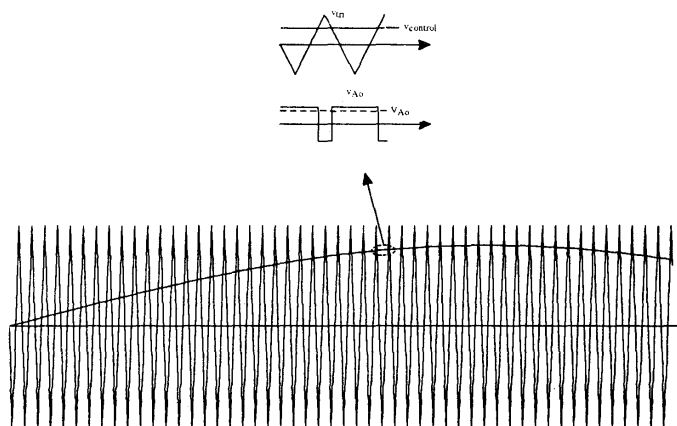


Fig. 5.10. Formas de onda para un control PWM senoidal

Segunda:

Los armónicos de la tensión de salida del inversor, aparecen centrados a ambos lados de la frecuencia de conmutación y sus múltiplos ($m_f, 2m_f, 3m_f, \dots$). Éstos cumplirán la siguiente ecuación:

$$f_h = (j \cdot m_f \pm k) \cdot f_1 \quad \rightarrow \quad h = j \cdot m_f \pm k$$

Para valores pares de j , los armónicos existen para valores impares de k ; y al contrario, en valores impares de j los armónicos existen en valores pares de k .

Observando el esquema del inversor de medio puente, podemos decir que: $v_{AN} = v_{A0} + \frac{1}{2} \cdot V_d$, por lo que coincidirán, la componente fundamental y los armónicos de las tensiones $(\hat{V}_{AN})_h = (\hat{V}_{A0})_h$.

Tercera:

Conviene que m_f sea un número **entero impar**. Ya que de esta forma, v_{A0} es una función impar, con simetría de media onda, teniendo de esta manera, sólo términos en seno e impares múltiplos de la frecuencia fundamental al realizar el desarrollo en serie de Fourier.

Cuando m_f , no es un número entero, aparecen subarmónicos de la frecuencia fundamental, que serán tanto mayores cuanto menor sea m_f . Por lo que un valor de m_f no entero sólo es admisible para grandes valores de m_f . Cuando m_f no es entero se habla de un control PWM asíncrono, en caso contrario se habla de un control PWM síncrono.

Por último decir, que dentro del rango lineal ($0 \leq m_a \leq 1$) la máxima amplitud que se puede alcanzar en la componente fundamental de la tensión de salida del inversor es igual, al valor de tensión de la alimentación de continua ($V_d/2$). Si queremos obtener mayor amplitud, tenemos que utilizar valores de m_a mayores que la unidad, entrando en el intervalo conocido como "región de sobremodulación", en el que el contenido de armónicos es mucho mayor. En esta región:

$$\frac{V_d}{2} < (\hat{V}_{A0})_1 < \frac{4}{\pi} \cdot \frac{V_d}{2}$$

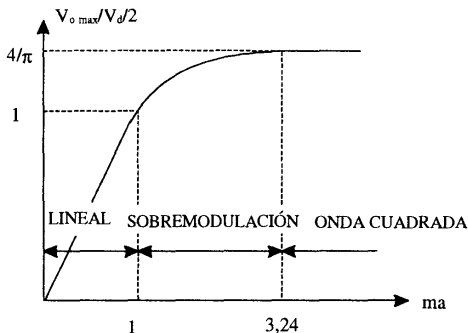


Fig. 5.11. Control de tensión por variación de m_a

Para valores grandes de m_a , la tensión de salida degenera en una onda cuadrada. Las tres regiones de interés se pueden ver en la figura 5.11, para un valor de m_f igual a 15.

EJERCICIO 5.6.

Si se utiliza la técnica de modulación PWM, para obtener una componente fundamental de la tensión de salida de una frecuencia de 50 Hz, con un valor de $m_a = 0.5$ y un valor de $m_f = 21$. Calcular el valor de la frecuencia a la que se produce el armónico de mayor amplitud.

EJERCICIO 5.7.

Demostrar, si se prefiere de forma gráfica, que el valor límite de m_a para el que entramos en la región de "onda cuadrada", depende del factor de modulación en frecuencia, m_f .

5.6. INVERSOR MONOFÁSICO EN PUENTE (PWM)

El esquema para este tipo de inversor, se puede observar en la figura 5.4. La tensión máxima de salida es dos veces la obtenida con el inversor de medio puente, estudiado en el punto anterior. Lo cual implica que para igual potencia suministrada, la corriente que circula por los semiconductores es la mitad.

Para este inversor tenemos dos posibles modos de control que se estudian a continuación.

5.6.1. PWM con conmutación de tensión bipolar

En este caso los conmutadores (T_{A+} T_{B-}) y (T_{A-} T_{B+}) se controlan a la vez (conmutación por parejas). Las posiciones de los interruptores se determinan de la misma manera que en el inversor de medio puente, comparando una tensión senoidal con una triangular.

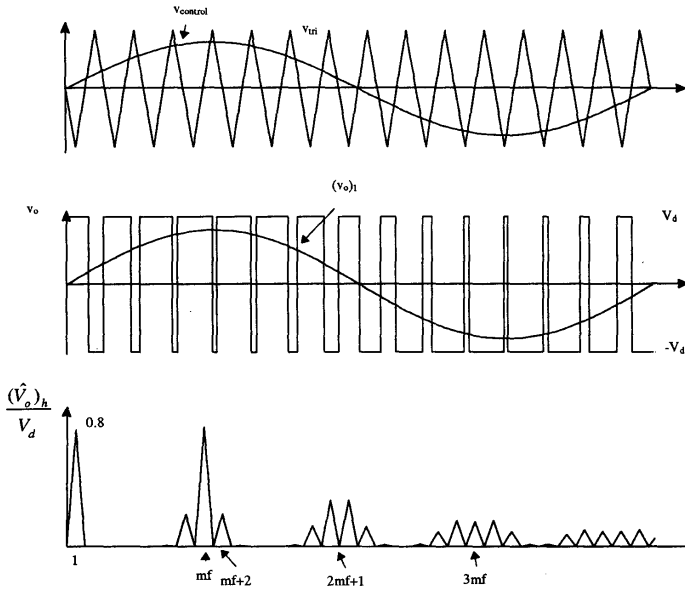


Fig. 5.12. Formas de onda y espectro armónico normalizado de la tensión de salida.
Inversor monofásico en puente con control PWM bipolar

Cuando:

$$\left. \begin{aligned} T_{A+}(ON) &\Rightarrow v_{A0} = \frac{1}{2} \cdot V_d \\ T_{B-}(ON) &\Rightarrow v_{B0} = -\frac{1}{2} \cdot V_d \end{aligned} \right\} v_0(t) = v_{A0} - v_{B0} = V_d$$

Cuando:

$$\left. \begin{aligned} T_{A-}(ON) &\Rightarrow v_{A0} = -\frac{1}{2} \cdot V_d \\ T_{B+}(ON) &\Rightarrow v_{B0} = \frac{1}{2} \cdot V_d \end{aligned} \right\} v_0(t) = v_{A0} - v_{B0} = -V_d$$

$$(\hat{V}_{01}) = m_a \cdot V_d \quad (m_a \leq 1) \text{ Zona lineal.}$$

$$V_d < \hat{V}_{01} < \frac{4}{\pi} \cdot V_d \quad (m_a > 1) \text{ Zona de sobremodulación.}$$

La razón por la que se denomina a esta técnica de control, PWM con conmutación de tensión bipolar, se justifica observando la figura 5.12, en la que se observa que la tensión de salida varía entre V_d y $-V_d$.

Las amplitudes de los armónicos, se calculan con la ayuda de tablas o por medio de programas de simulación. El espectro armónico coincide con el del inversor monofásico de medio puente, teniendo en cuenta que las amplitudes de los armónicos vienen multiplicadas por dos.

5.6.2. PWM con conmutación de tensión unipolar

En este caso los interruptores de ambas ramas, no son conmutados simultáneamente utilizando una única tensión de control, sino que las ramas A y B del inversor se controlan de forma independiente. Los interruptores de la rama A se controlan comparando v_{tri} con $v_{control}$, y los de la rama B comparando v_{tri} con $-v_{control}$, como se observa en la figura 5.13.

Rama A:

$$v_{control} > v_{tri} \quad T_{A+}(ON) \quad y \quad v_{AN} = V_d$$

$$v_{control} < v_{tri} \quad T_{A-}(ON) \quad y \quad v_{AN} = 0$$

Rama B:

$$(-v_{control}) > v_{tri} \quad T_{B+}(ON) \quad y \quad v_{BN} = V_d$$

$$(-v_{control}) < v_{tri} \quad T_{B-}(ON) \quad y \quad v_{BN} = 0$$

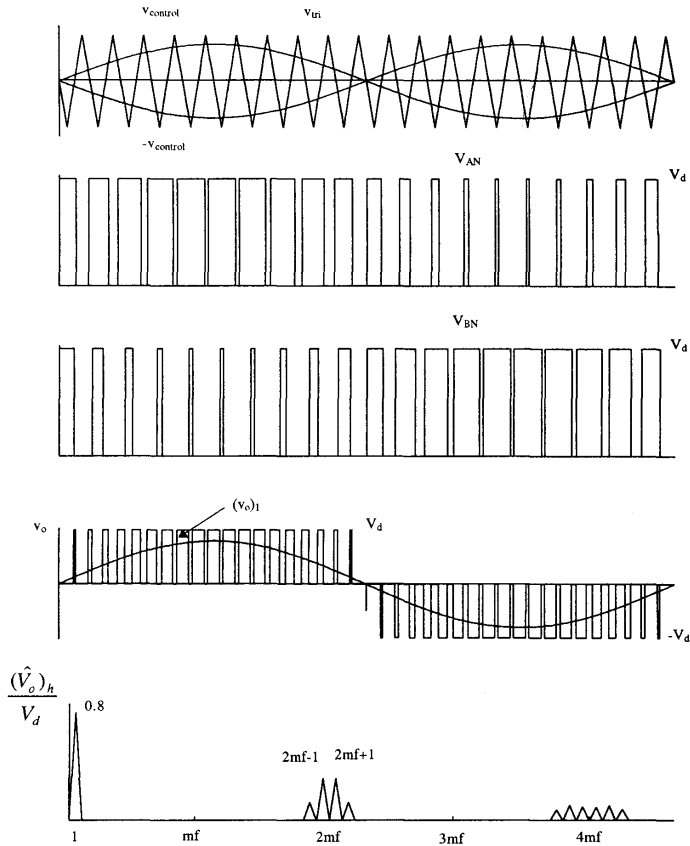


Fig. 5.13. Formas de onda y espectro armónico normalizado de la tensión de salida. Inversor monofásico en puente con control PWM unipolar

Las cuatro combinaciones de interruptores en conducción y sus correspondientes niveles de tensión son:

$$1) T_{A+} T_{B-} ON : v_{AN} = V_d; v_{BN} = 0; v_0 = V_d$$

$$2) T_{A-} T_{B+} ON : v_{AN} = 0; v_{BN} = V_d; v_0 = -V_d$$

$$3) T_{A+} T_{B+} ON : v_{AN} = V_d; v_{BN} = V_d; v_0 = 0$$

$$4) T_{A-} T_{B-} ON : v_{AN} = 0; v_{BN} = 0; v_0 = 0$$

v_0 varía entre 0 y V_d , ó entre 0 y $-V_d$, por lo que tenemos una conmutación de tensión unipolar en todo momento, justificando de esta manera su nombre. Este esquema tiene la ventaja de doblar la frecuencia de conmutación, en lo que se refiere a la tensión de salida, si m_f es un entero par, ya que al estar desfasadas v_{AN} y v_{BN} , 180° , las componentes armónicas a la frecuencia de conmutación y sus múltiplos estarán en fase, y por lo tanto se cancelarán ($\phi_{AN} - \phi_{BN} = 180^\circ \cdot m_f \cdot k$) ($\phi_{AN} - \phi_{BN} = 0^\circ$).

De la misma forma los armónicos a ambos lados de $j \cdot m_f$, con j impar, desaparecen ($j = 1 \Rightarrow k = 2, 4, \dots$), no ocurre lo mismo con los armónicos a ambos lados de $j \cdot m_f$, con j par ($j = 2 \Rightarrow k = 1, 3, \dots$)

$$\hat{V}_{01} = m_a \cdot V_d \quad (m_a \leq 1)$$

$$V_d < \hat{V}_{01} < \frac{4}{\pi} \cdot V_d \quad (m_a > 1)$$

EJERCICIO 5.8.

Si utilizamos la técnica de modulación PWM con conmutación de tensión unipolar, para obtener una componente fundamental de la tensión de salida de una frecuencia de 50 Hz, con un valor de $m_a = 0.7$ y un valor de $m_f = 20$. Calcular el valor de la frecuencia a la que se produce el armónico de mayor amplitud.

5.7 . INVERSOR MONOFÁSICO CON ELIMINACIÓN DE ARMÓNICOS PROGRAMADA

Cuando se estudió el método de control por cancelación de tensión, se llegaba a la siguiente ecuación:

$$\left(\hat{V}_o\right)_h = \frac{4}{\pi \cdot h} \cdot V_d \cdot \text{sen}(h \cdot \beta)$$

en ella se observó que el armónico de orden h , se podía eliminar eligiendo de un modo correcto el valor del ángulo β . Por ejemplo, para $\beta = 120^\circ$ eliminamos el armónico de orden 3.

Introduciendo una serie de "muecas" programadas, en la forma de onda de la tensión de salida, de un inversor monofásico con modulación de onda cuadrada, podemos eliminar los armónicos que nosotros deseemos. Dependiendo del número de muescas introducidas en cada medio ciclo, tendremos mayor o menor número de grados de libertad, a la hora de eliminar armónicos. Cada muesca introduce un grado de libertad. Por ejemplo, con tres muescas en cada medio ciclo (tres grados de libertad), podemos controlar la amplitud de la componente fundamental y eliminar dos armónicos.

Las formas de onda que se obtienen, eliminando los armónicos 5 y 7, se muestran en la figura 5.14, para un inversor monofásico de medio puente.

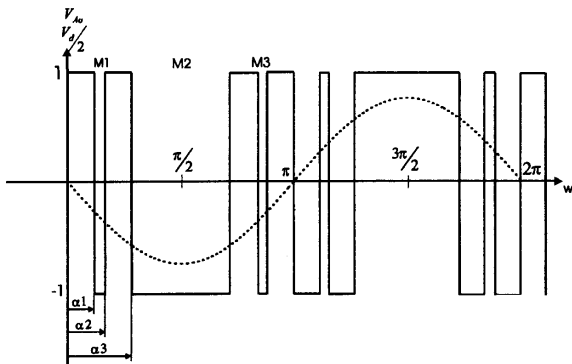


Fig. 5.14. Formas de onda de la tensión de salida normalizada para el control de eliminación de armónicos programada

EJERCICIO 5.9.

Para un inversor en puente, alimentado con una tensión de continua de 300 V, calcular los valores de los ángulos α_1 , α_2 y α_3 que hacen que se eliminen los armónicos de orden 5 y 7, obteniendo una amplitud de la componente fundamental de 150V.

5.8. INVERSORES TRIFÁSICOS (VSI)

Son usados principalmente en aplicaciones de alta potencia. Se pueden obtener conectando en paralelo tres inversores monofásicos; teniendo la precaución de que las señales de control de éstos, estén desfasados 120° , con el objetivo de obtener un sistema trifásico equilibrado de tensiones. El esquema para este tipo de inversor lo podemos ver en la figura 5.15:

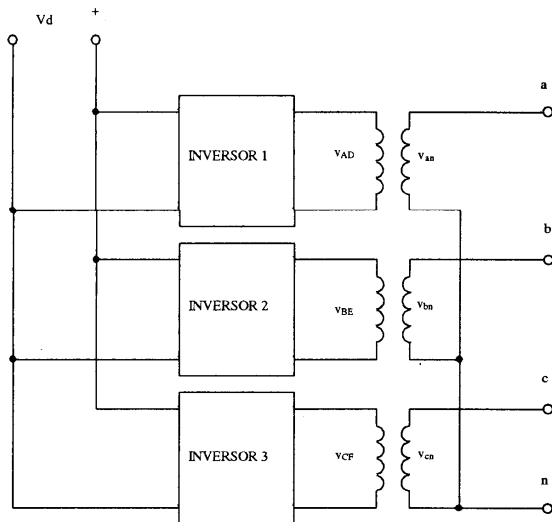


Fig. 5.15. Inversor trifásico a partir de tres inversores monofásicos

Esta solución necesita 3 transformadores monofásicos, 12 elementos semiconductores controlables y 12 diodos, por lo que es poco utilizada en la práctica, cuando se trabaja en el campo de las bajas y medias potencias.

Otra solución, mucho más empleada, se puede obtener utilizando tres ramas de un inversor monofásico de medio puente, como se observa en la figura 5.16, con 6 elementos semiconductores controlables y 6 diodos, sin necesidad de utilizar transformador.

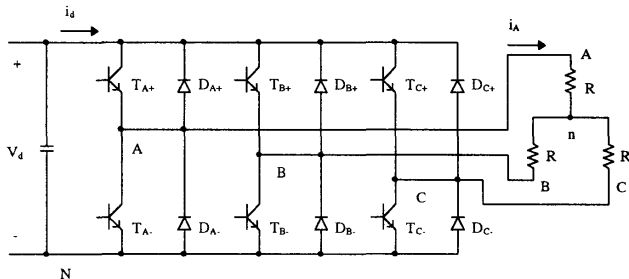


Fig. 5.16. Esquema del inversor trifásico

Este será el inversor con el que vamos a trabajar, para estudiar los diferentes modos de control. En él, hemos sustituido los interruptores por elementos semiconductores reales (transistores bipolares de potencia). La carga, aunque en la figura 5.16 está conectada en estrella, podrá también conectarse en triángulo.

5.8.1. Modulación de onda cuadrada. 180° de conducción

Con esta modulación cada semiconductor controlable está en conducción durante 180°, coincidiendo tres interruptores de las diferentes ramas en conducción cada 60°, como podemos observar en la figura 5.17. El desfase en el control de la rama B respecto a la rama A será de 120° y el de la rama C respecto a la A de 240°, ambos en retraso.

La carga puede estar conectada en estrella o en triángulo. Para la conexión en triángulo, las intensidades que circulan por cada fase de la carga son obtenidas directamente, a partir de las tensiones de línea. Una vez conocidas las intensidades de fase, las de línea se obtienen aplicando la primera Ley de Kirchoff. Para la conexión

estrella, debemos determinar en primer lugar las tensiones de fase, para poder determinar las intensidades de fase y línea.

Para una carga conectada en estrella, tenemos 3 intervalos objeto de estudio en cada medio ciclo, que pueden ser abordados teniendo en cuenta, el control que se realiza sobre los semiconductores de potencia.

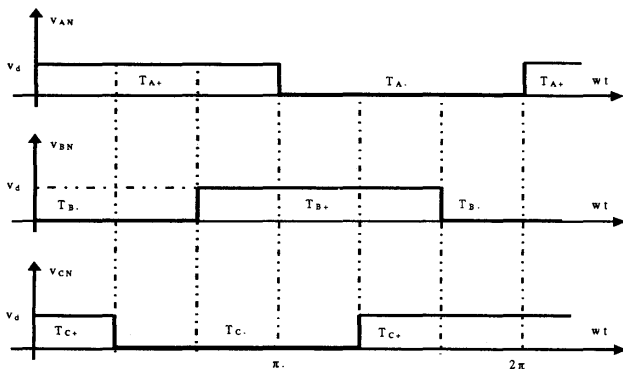
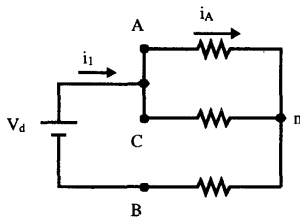


Fig. 5.17. Formas de onda para modulación de onda cuadrada con 180° de conducción

Intervalo 1 $0 \leq \omega \cdot t \leq \frac{\pi}{3}$



$$R_{equ} = R + \frac{R}{2} = \frac{3}{2} \cdot R$$

$$i_1 = \frac{V_d}{R_{equ}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{V_d}{R}$$

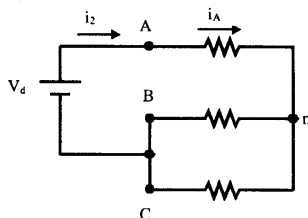
$$v_{An} = v_{Cn} = i_1 \cdot \frac{R}{2} = \frac{V_d}{3}$$

$$v_{Bn}^* = -i_1 \cdot R = -\frac{2}{3} \cdot V_d$$

$$\text{Intervalo 2 } \frac{\pi}{3} \leq \omega \cdot t \leq \frac{2\pi}{3}$$

$$R_{equ} = R + \frac{R}{2} = \frac{3}{2} \cdot R$$

$$i_2 = \frac{V_d}{R_{equ}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{V_d}{R}$$

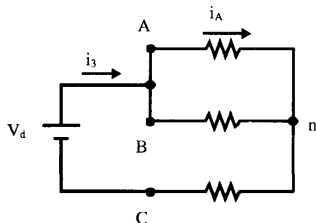


$$v_{Bn} = v_{Cn} = -i_2 \cdot \frac{R}{2} = -\frac{V_d}{3} \quad v_{An} = i_2 \cdot R = \frac{2}{3} \cdot V_d$$

$$\text{Intervalo 3 } \frac{2\pi}{3} \leq \omega \cdot t \leq \pi$$

$$R_{equ} = R + \frac{R}{2} = \frac{3}{2} \cdot R$$

$$i_3 = \frac{V_d}{R_{equ}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{V_d}{R}$$



$$v_{An} = v_{Bn} = i_3 \cdot \frac{R}{2} = \frac{V_d}{3} \quad v_{Cn} = -i_3 \cdot R = -\frac{2}{3} \cdot V_d$$

EJERCICIO 5.10.

A partir de los resultados obtenidos en las ecuaciones anteriores, dibujar las formas de onda de la tensión v_{An} y de la intensidad que circula por la fase A, i_A , indicando los semiconductores que están en conducción en cada intervalo, si consideramos que la carga está conectada en estrella y formada por resistencias.

Si desarrollamos en serie de Fourier las tensiones entre fases, obtendremos que:

$$v_{ab} = \sum_{h=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{4 \cdot V_d}{h \cdot \pi} \cdot \cos\left(\frac{h \cdot \pi}{6}\right) \cdot \text{sen}\left[h \cdot \left(\omega \cdot t + \frac{\pi}{6}\right)\right] \quad (5.15)$$

ya que:

$$\begin{aligned} v_{ab} &= v_{AN} - v_{BN} = \sum_{h=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{4}{h \cdot \pi} \cdot \frac{V_d}{2} \cdot \text{sen}(h \cdot \omega \cdot t) - \\ &\quad - \sum_{h=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{4}{h \cdot \pi} \cdot \frac{V_d}{2} \cdot \text{sen}\left[h \cdot \left(\omega \cdot t - \frac{2\pi}{3}\right)\right] = \\ &= \sum_{h=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{4}{h \cdot \pi} \cdot \frac{V_d}{2} \cdot \underbrace{\left[\text{sen}(h \cdot \omega \cdot t) - \text{sen}\left[h \cdot \left(\omega \cdot t - \frac{2\pi}{3}\right)\right]\right]}_A \end{aligned}$$

donde:

$$\begin{aligned} A &= \text{sen}(h \cdot \omega \cdot t) - \text{sen}(h \cdot \omega \cdot t) \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot h \cdot \pi}{3}\right) + \cos(h \cdot \omega \cdot t) \cdot \text{sen}\left(\frac{2 \cdot h \cdot \pi}{3}\right) = \\ &= \text{sen}\left[h \cdot \omega \cdot t \cdot \left(1 - \cos\left(\frac{2 \cdot h \cdot \pi}{3}\right)\right)\right] + \cos(h \cdot \omega \cdot t) \cdot \text{sen}\left(\frac{2 \cdot h \cdot \pi}{3}\right) = \\ &= 2 \cdot \cos\left(\frac{h \cdot \pi}{6}\right) \cdot \text{sen}\left[h \cdot \left(\omega \cdot t + \frac{\pi}{6}\right)\right] \end{aligned}$$

De igual forma:

$$v_{bc} = \sum_{h=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{4}{h \cdot \pi} \cdot V_d \cdot \cos\left(\frac{h \cdot \pi}{6}\right) \cdot \text{sen}\left[h \cdot \left(\omega \cdot t - \frac{\pi}{2}\right)\right] \quad (5.16)$$

$$v_{ac} = \sum_{h=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{4}{h \cdot \pi} \cdot V_d \cdot \cos\left(\frac{h \cdot \pi}{6}\right) \cdot \text{sen}\left[h \cdot \left(\omega \cdot t - \frac{7 \cdot \pi}{6}\right)\right] \quad (5.17)$$

En las ecuaciones anteriores, los armónicos múltiplos de tres (3, 9, 15) son iguales a cero.

Con carga inductiva, la intensidad de salida del inversor que circula por la línea, queda retrasada con respecto a la tensión. Este retraso dependerá del factor de potencia de la carga.

EJERCICIO 5.11.

Dibujar las formas de onda de la tensión v_{An} y de la intensidad que circula por la fase A, i_A , indicando los semiconductores que están en conducción en cada intervalo, si consideramos que la carga está conectada en estrella y formada por inductancias.

5.8.2. Modulación de onda cuadrada. 120° de conducción

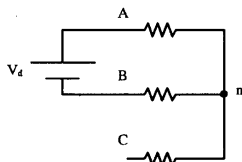
En este tipo de control cada interruptor está en conducción durante 120°, lo que lleva a que sólo dos interruptores de las diferentes ramas estén en ON en el mismo instante de tiempo. Existen intervalos de 60°, en los cuales los dos interruptores de una misma rama están en "off". Las formas de onda de v_{AN} , v_{BN} , v_{CN} , así como de v_{AB} y de la tensión v_{an} , para una carga resistiva conectada en estrella, se observan en la figura 5.18. Las formas de onda de las tensiones v_{AN} , v_{BN} , v_{CN} y v_{AB} son también válidas para cargas conectadas en triángulo. La justificación de las formas de onda observadas en la figura 5.18 se consigue estudiando los tres intervalos siguientes:

Intervalo 1: $0 \leq \omega \cdot t < \frac{\pi}{3}$ T_{A+} y T_{B-} (ON)

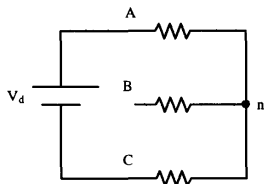
$$v_{An} = \frac{V_d}{2}$$

$$v_{Bn} = -\frac{V_d}{2}$$

$$v_{Cn} = 0$$



$$\text{Intervalo 2: } \frac{\pi}{3} \leq \omega \cdot t < \frac{2 \cdot \pi}{3}$$

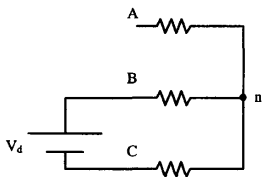
 T_{A+} y T_{C-} (ON)


$$v_{An} = \frac{V_d}{2}$$

$$v_{Bn} = 0$$

$$v_{Cn} = -\frac{V_d}{2}$$

$$\text{Intervalo 3: } \frac{2 \cdot \pi}{3} \leq \omega \cdot t < \pi$$

 T_{B+} y T_{C-} (ON)


$$v_{An} = 0$$

$$v_{Bn} = \frac{V_d}{2}$$

$$v_{Cn} = -\frac{V_d}{2}$$

Vemos que en cualquier instante de tiempo, dos terminales de la carga permanecen conectados a la alimentación y el otro abierto. La tensión de este terminal dependerá de las características de la carga.

EJERCICIO 5.12.

Ayudados por el desarrollo en serie de Fourier de las tensiones compuestas, obtenido en el apartado anterior (modulación de 180°), calcular el desarrollo en serie de Fourier de v_{An} , v_{Bn} y v_{Cn} .

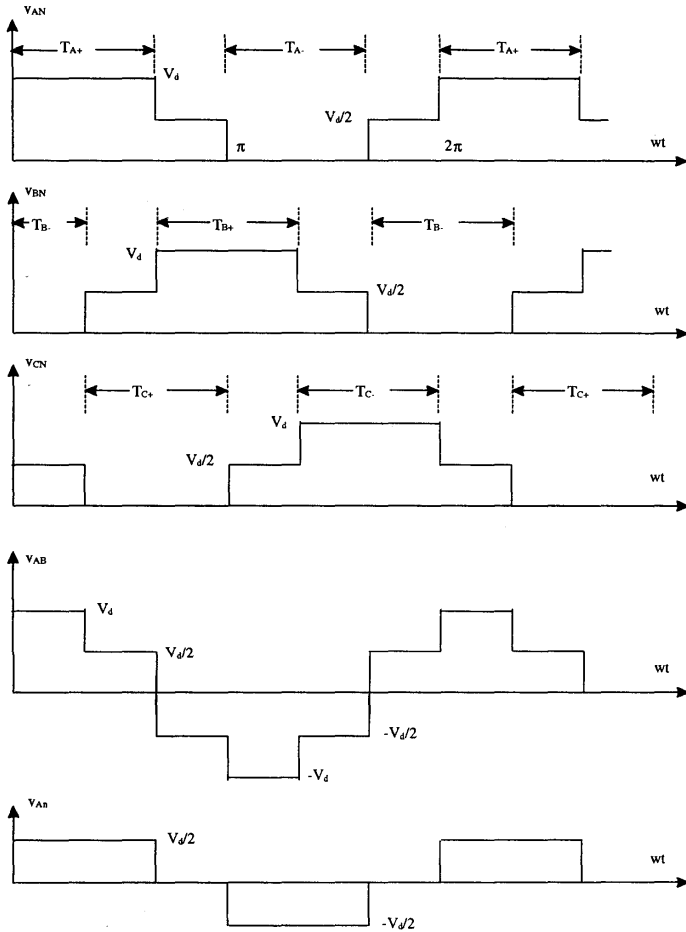


Fig. 5.18. Formas de onda para modulación de onda cuadrada con 120° de conducción

5.8.3. Modulación en ancho de pulso (PWM)

Para obtener un sistema trifásico equilibrado de tensiones de salida, con este tipo de modulación, compararemos una forma de onda de tensión triangular con tres formas de onda senoidales desfasadas 120° , como se puede ver en la figura 5.19. En ésta se ha considerado que $m_f = 15$ y $m_a = 0,8$.

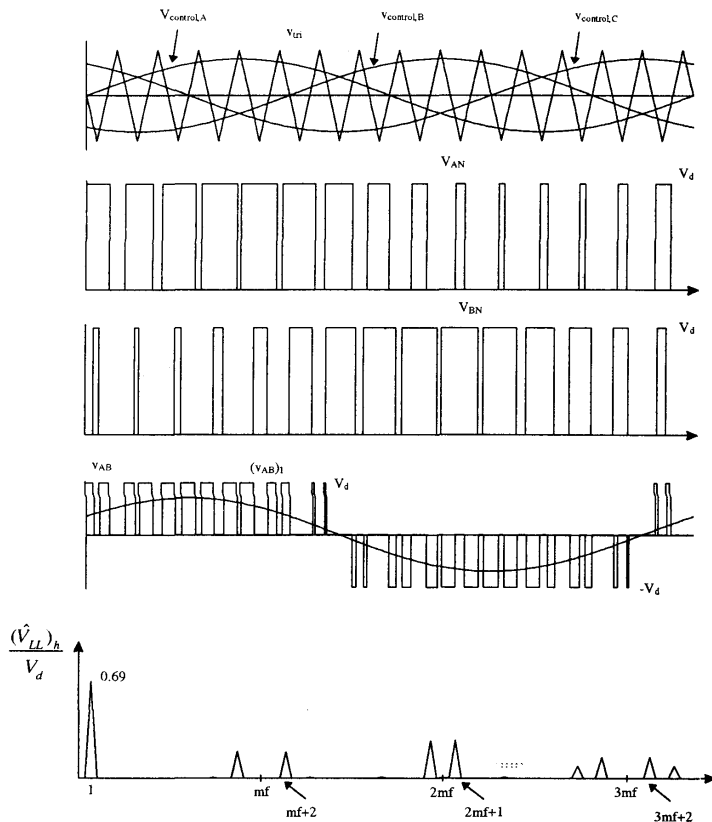


Fig. 5.19. Formas de onda y espectro armónico normalizado para la modulación PWM

Las señales de control para los interruptores se obtendrán del siguiente modo:

$$v_{control,A} > v_{tri} \Rightarrow T_{A+}(ON) \quad v_{AN} = V_d$$

$$v_{control,A} < v_{tri} \Rightarrow T_{A-}(ON) \quad v_{AN} = 0$$

$$v_{control,B} > v_{tri} \Rightarrow T_{B+}(ON) \quad v_{BN} = V_d$$

$$v_{control,B} < v_{tri} \Rightarrow T_{B-}(ON) \quad v_{BN} = 0$$

$$v_{control,C} > v_{tri} \Rightarrow T_{C+}(ON) \quad v_{CN} = V_d$$

$$v_{control,C} < v_{tri} \Rightarrow T_{C-}(ON) \quad v_{CN} = 0$$

Los armónicos de v_{AN} , son idénticos a los de v_{A0} que se obtenían en el inversor monofásico de medio puente, donde, si consideráramos m_f impar, sólo existirían armónicos impares centrados alrededor de m_f y sus múltiplos.

Si m_f es un entero impar y múltiplo de 3, la diferencia de fase entre el armónico m_f (lo mismo ocurre con sus múltiplos impares) de v_{AN} y v_{BN} es $(120 \cdot m_f)^\circ$, que será igual a cero o, a un múltiplo de 360° , lo que equivale a decir que están en fase, eliminándose por tanto en la tensión compuesta v_{AB} .

Igual que ocurría en los inversores monofásicos, la razón de amplitud m_a , puede estar comprendida entre 0 y 1 (región lineal), o ser mayor que 1 (región de sobremodulación). En la región lineal ($m_a \leq 1$), se cumple:

$$(\hat{V}_{AN})_1 = m_a \cdot \frac{V_d}{2}$$

sin más que reparar el inversor monofásico de medio puente con modulación PWM.

La tensión eficaz de línea (entre fases) a la frecuencia fundamental teniendo en cuenta las relaciones existentes en los circuitos trifásicos, puede ser escrita como:

$$V_{LL1} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \cdot (\hat{V}_{AN})_1 = \frac{\sqrt{3}}{2 \cdot \sqrt{2}} \cdot m_a \cdot V_d \cong 0,612 \cdot m_a \cdot V_d$$

En la región de sobremodulación (región entre la zona lineal y la zona de modulación de onda cuadrada, 180° de conducción) se cumple:

$$0,612 \cdot m_a \cdot V_d < V_{LL1} < \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{4}{\pi} \cdot \frac{V_d}{2} \cong 0,78 \cdot V_d$$

EJERCICIO 5.13.

Representar, de forma aproximada, V_{LL1}/V_d en función de m_a , para un valor de $m_f = 15$, calculando valores representativos.

5.9. INVERSORES ALIMENTADOS POR FUENTE DE CORRIENTE (CSI)

En las secciones anteriores hemos estudiado inversores que se alimentan desde una fuente de tensión (VSI). En un inversor alimentado por fuente de corriente la entrada se comporta como una fuente de corriente constante ($L \rightarrow \infty$). La corriente que circula por la carga i_o , tendrá un valor constante positivo, negativo o cero, en función del control realizado sobre los interruptores de potencia, y será, independientemente del valor o constitución de la carga. En este caso varía la tensión aplicada a la carga, a diferencia de lo que ocurría en los VSI. El esquema para este tipo de inversores se observa en la figura 5.20:

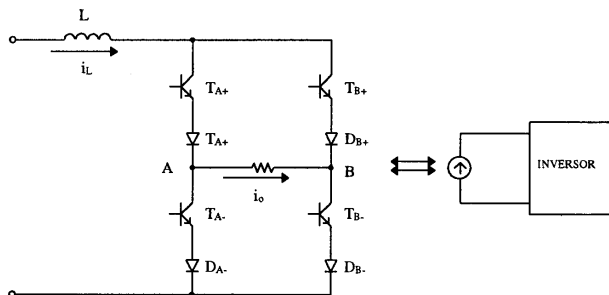


Fig. 5.20. Esquema del inversor monofásico alimentado por fuente de corriente (CSI)

En todo momento deben estar en conducción un interruptor (transistor en el esquema) de la parte superior y otro de la parte inferior, para no interrumpir en ningún momento la intensidad que circula por la bobina de entrada (fuente de intensidad). Los diodos en serie con los interruptores se utilizan para bloquear las tensiones inversas, que no pueden soportar los interruptores. La forma de onda de la intensidad que circula por la carga, así como los intervalos de conducción de los interruptores, se pueden ver en la figura 5.21

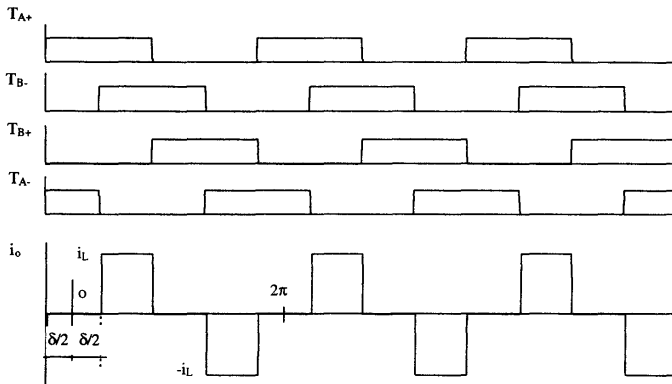


Fig. 5.21. Formas de onda para un inversor monofásico (CSI)

Cuando dos interruptores de diferentes ramas conducen, la corriente i_L fluye a través de la carga, por contra, cuando dos interruptores de la misma rama conducen, la $i_o = 0$, y la i_L circularía por dicha rama.

Considerando el origen propuesto en la figura 5.21, la corriente en la carga puede ser expresada en serie de Fourier, como:

$$i_o = \sum_{h=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{4}{h \cdot \pi} \cdot i_L \cdot \cos\left(\frac{h \cdot \delta}{2}\right) \cdot \text{sen}(h \cdot \omega \cdot t)$$

EJERCICIO 5.14.

Indicar qué ocurriría, si debido a un control mal realizado, se interrumpe la fuente de intensidad de entrada al inversor.

APÉNDICE



CONCEPTOS BÁSICOS EN CIRCUITOS ELÉCTRICOS

A1.1. INTRODUCCIÓN

Existen una serie de conceptos que son necesarios a la hora de analizar los conversores electrónicos. El comportamiento de una bobina o un condensador, o las definiciones de valor medio, eficaz, potencia activa, reactiva, aparente, etc. son conceptos que suponemos el lector domina. No obstante, y dada la importancia que estos conceptos van a tener en el desarrollo del presente libro, hemos creído oportuno incluir este apéndice, en el que se hará un breve recordatorio.

A1.2. MAGNITUDES FUNDAMENTALES EN FUNCIONES PERIÓDICAS

Supongamos que tenemos un sistema formado por dos subcircuitos, interconectados eléctricamente, entre los cuales se va a establecer un flujo de potencia, tal y como se muestra en la figura A1.1:

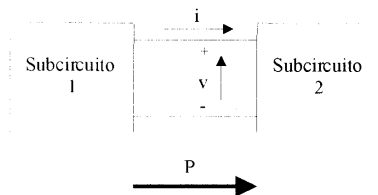


Fig. A1.1. Sistema formado por dos subcircuitos

REPRODUCIDO CON
AUTORIZACIÓN DEL
AUTOR

En el citado sistema diremos que se ha alcanzado el estado estacionario cuando todas las formas de onda sean periódicas.

Se define el valor medio de una función periódica, $f(t)$, de período T , como:

$$F_{AV} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T f(t) \cdot dt = \frac{A_1 - A_2}{T} \quad (A1.1)$$

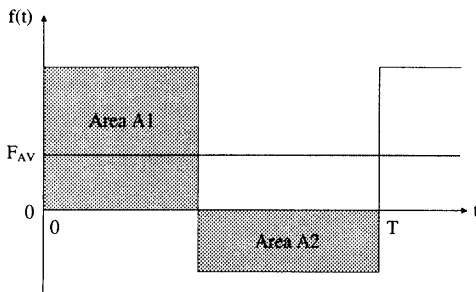


Fig. A1.2. Valor medio de una función periódica

así, puesto que la potencia instantánea que fluye del subcircuito 1 al 2 es:

$$p = v \cdot i \quad (A1.2)$$

la potencia media será:

$$P = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T p \cdot dt = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T v \cdot i \cdot dt \quad (A1.3)$$

Recordemos que la energía es:

$$E = \int_0^t p \cdot dt \quad (A1.4)$$

luego, la integral:

$$\int_0^T p \cdot dt = \int_0^T v \cdot i \cdot dt \quad (\text{A1.5})$$

representa la energía que pasa del subcircuito 1 al 2 durante un período. Por lo tanto, el valor medio de la potencia representa la energía que fluye, del subcircuito 1 al 2, por unidad de tiempo.

Se define el valor eficaz de una tensión (o corriente) periódica como el valor de la tensión (o corriente) continua que, aplicada a una carga resistiva, origina en ésta la misma disipación de potencia que la magnitud periódica.

Si consideramos una determinada tensión periódica, v , la potencia que se disiparía en una resistencia, R , al aplicarla la citada tensión, sería:

$$P = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T p \cdot dt = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T \frac{v^2}{R} \cdot dt = \frac{1}{R} \cdot \frac{1}{T} \cdot \int_0^T v^2 \cdot dt \quad (\text{A1.6})$$

Por otra parte, la tensión de continua necesaria para disipar la misma potencia será:

$$P = \frac{1}{R} \cdot \frac{1}{T} \cdot \int_0^T v^2 \cdot dt = \frac{V^2}{R} \Rightarrow V^2 = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T v^2 \cdot dt \Rightarrow \quad (\text{A1.7})$$

$$\Rightarrow V = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T v^2 \cdot dt} = (\text{valor eficaz de } v)$$

De la misma forma se puede obtener que el valor eficaz de una corriente periódica es:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T i^2 \cdot dt} = (\text{valor eficaz de } i) \quad (\text{A1.8})$$

Volviendo al sistema que habíamos considerado al comienzo de este apartado, si consideramos el caso de que el subcircuito 2 actúe como una carga puramente resistiva tendremos:

$$P = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T v \cdot i \cdot dt = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T R \cdot i^2 \cdot dt = R \cdot \frac{1}{T} \cdot \int_0^T i^2 \cdot dt = R \cdot I^2 \quad (\text{A1.9})$$

$$P = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T v \cdot i \cdot dt = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T \frac{v^2}{R} \cdot dt = \frac{1}{R} \cdot \frac{1}{T} \cdot \int_0^T v^2 \cdot dt = \frac{V^2}{R} \quad (\text{A1.10})$$

A1.3. COMPONENTES PASIVOS

En este apartado repasaremos las características básicas de bobinas y condensadores, para comprender su funcionamiento en los convertidores electrónicos.

A1.3.1. La bobina

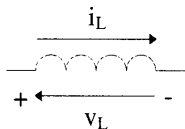


Fig. A1.3. Criterio de signos en la bobina

En una bobina la corriente y la tensión en sus bornes están relacionadas por la expresión:

$$v_L = L \cdot \frac{di_L}{dt} \quad (\text{A1.11})$$

dónde L es la inductancia de la bobina.

De la anterior expresión se deduce que la corriente en la bobina, en un instante cualquiera t, será:

$$i_L(t) = i_L(0) + \frac{1}{L} \cdot \int_0^t v_L \cdot dt \quad (\text{A1.12})$$

dónde $i_L(0)$ es la corriente en la bobina en el instante inicial.

Las anteriores expresiones nos indican dos propiedades importantes de las bobinas:

- 1.- Las variaciones bruscas de la corriente que circula por la bobina originan tensiones muy elevadas en bornes de ésta, que pueden ser peligrosas para los semiconductores y otros elementos del circuito. Por lo tanto, se deberán diseñar los circuitos de forma que el di/dt en las bobinas quede limitado. Podremos considerar que la bobina se opone a las variaciones bruscas de la corriente que circula por ella.

Por otra parte, a partir de la expresión:

$$i_L(t) - i_L(0) = \frac{1}{L} \cdot \int_0^t v_L \cdot dt \quad (\text{A1.13})$$

se deduce que si la inductancia de la bobina es muy grande, podremos considerar que la corriente en la bobina, en un intervalo pequeño de tiempo, permanece constante, pudiéndose considerar la bobina como una fuente instantánea de corriente.

- 2.- En régimen permanente el valor medio de la tensión en bornes de la bobina es nulo.

Efectivamente, en régimen permanente se cumple que:

$$i_L(0) = i_L(0+T) \quad (\text{A1.14})$$

y puesto que en la bobina se cumple:

$$\begin{aligned} i_L(0+T) &= i_L(0) + \frac{1}{L} \cdot \int_0^{0+T} v_L \cdot dt \Rightarrow \\ \Rightarrow i_L(T) - i_L(0) &= \frac{1}{L} \cdot \int_0^{0+T} v_L \cdot dt \Rightarrow \quad (\text{A1.15}) \\ \Rightarrow \int_0^T v_L \cdot dt &= 0 \end{aligned}$$

resulta que el valor medio de la tensión en la bobina es cero:

$$V_L = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T v_L \cdot dt = 0 \quad (\text{A1.16})$$

En régimen senoidal tendremos que, si la tensión en bornes de la bobina es:

$$v_L = V_M \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \quad (\text{A1.17})$$

la corriente que circula por ella será:

$$\begin{aligned} i_L &= \frac{1}{L} \cdot \int v_L \cdot dt = \frac{V_M}{\omega \cdot L} \cdot \int \text{sen}(\omega \cdot t) \cdot d(\omega \cdot t) = \\ &= \frac{V_M}{\omega \cdot L} \cdot \text{sen}\left(\omega \cdot t - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{V_M}{X_L} \cdot \text{sen}\left(\omega \cdot t - \frac{\pi}{2}\right) \end{aligned} \quad (\text{A1.18})$$

dónde $X_L = \omega L$ es la impedancia de la bobina.

A1.3.2. El condensador

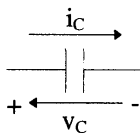


Fig. A1.4. Criterio de signos en el condensador

En un condensador la corriente y la tensión en sus bornes están relacionadas por la expresión:

$$i_C = C \cdot \frac{dv_C}{dt} \quad (\text{A1.19})$$

dónde C es la capacidad del condensador.

De la anterior expresión se deduce que la tensión en el condensador, en un instante cualquiera t , será:

$$v_c(t) = v_c(0) + \frac{1}{C} \cdot \int_0^t i_c \cdot dt \quad (\text{A1.20})$$

dónde $v_c(0)$ es la tensión en el condensador en el instante inicial.

Las anteriores expresiones nos indican dos propiedades importantes de los condensadores:

- 1.- Las variaciones bruscas de la tensión en bornes del condensador originan corrientes muy elevadas a través de éste, las cuales pueden ser dañinas para los semiconductores y otros elementos del circuito. Por lo tanto, se deberán diseñar los circuitos de forma que el dv/dt quede limitado. Podremos considerar que el condensador se opone a las variaciones bruscas de tensión.

Por otra parte, a partir de la expresión:

$$v_c(t) - v_c(0) = \frac{1}{C} \cdot \int_0^t i_c \cdot dt \quad (\text{A1.21})$$

se deduce que si la capacidad del condensador es muy grande, podremos considerar que la tensión en el condensador, en un intervalo pequeño de tiempo, permanece constante, pudiéndose considerar el condensador como una fuente instantánea de tensión.

- 2.- En régimen permanente, el valor medio de la corriente a través del condensador es nulo.

Efectivamente, en régimen permanente se cumple que:

$$v_c(0) = v_c(0 + T) \quad (\text{A1.22})$$

y puesto que en el condensador se cumple:

$$\begin{aligned}
 v_C(0+T) &= v_C(0) + \frac{1}{C} \cdot \int_0^{0+T} i_C \cdot dt \Rightarrow \\
 \Rightarrow v_C(T) - v_C(0) &= \frac{1}{C} \cdot \int_0^{0+T} i_C \cdot dt \Rightarrow \quad (A1.23) \\
 \Rightarrow \int_0^T i_C \cdot dt &= 0
 \end{aligned}$$

resulta que el valor medio de la corriente en el condensador es cero:

$$I_C = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T i_C \cdot dt = 0 \quad (A1.24)$$

En régimen senoidal tendremos que, si la tensión en bornes del condensador es:

$$v_C = V_M \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \quad (A1.25)$$

la corriente que circula por él será:

$$\begin{aligned}
 i_C &= C \cdot \frac{dv_C}{dt} = C \cdot \frac{d(V_M \cdot \text{sen}(\omega \cdot t))}{dt} = \\
 &= V_M \cdot \omega \cdot C \cdot \text{sen}\left(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{V_M}{X_C} \cdot \text{sen}\left(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2}\right) \quad (A1.26)
 \end{aligned}$$

dónde $X_C = 1/\omega C$ es la impedancia del condensador.

A1.4. CIRCUITOS CON FORMAS DE ONDA SENOIDALES

Consideremos un circuito típico en el que las formas de onda de tensión y corriente en régimen permanente van a ser senoidales, como el mostrado en la figura A1.5, en la que también se tiene la representación temporal de las formas de onda de la tensión y la corriente.

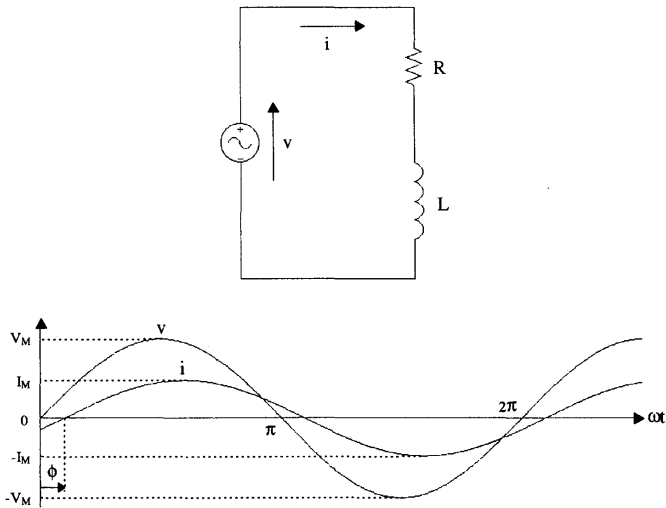


Fig. A1.5. Circuito con formas de onda senoidales

Dado que la fuente de tensión es de tipo senoidal podremos expresar la tensión v como:

$$v = V_M \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad (\text{A1.27})$$

y el valor eficaz de esta tensión v será:

$$\begin{aligned} V^2 &= \frac{1}{T} \cdot \int_0^T v^2 \cdot dt = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_0^{2\pi} V_M^2 \cdot \cos^2(\omega \cdot t) \cdot d(\omega \cdot t) = \\ &= \frac{V_M^2}{2 \cdot \pi} \cdot \left[\frac{\omega \cdot t}{2} + \frac{\text{sen}(2 \cdot \omega \cdot t)}{4} \right]_0^{2\pi} = \frac{V_M^2}{2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow V = \frac{V_M}{\sqrt{2}} \end{aligned} \quad (\text{A1.28})$$

Por lo tanto, la expresión temporal de la tensión v podremos escribirla de la siguiente forma:

$$v = V_M \cdot \cos(\omega \cdot t) = \sqrt{2} \cdot V \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad (\text{A1.29})$$

La corriente en el circuito, en régimen permanente, también es de tipo senoidal y su expresión temporal será:

$$i = I_M \cdot \cos(\omega \cdot t - \phi) = \sqrt{2} \cdot I \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad (\text{A1.30})$$

dónde:

$$I = \frac{V}{Z} = \text{valor eficaz de la corriente } i.$$

Z = impedancia de la carga, que en este caso es:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{R^2 + (\omega \cdot L)^2}$$

ϕ = ángulo de desfase entre la tensión y la corriente, que en este caso es:

$$\phi = \arctan \frac{X_L}{R} = \arctan \frac{(\omega \cdot L)}{R}$$

En ocasiones, en lugar de emplear la representación temporal de la tensión y corriente, se utiliza la representación fasorial. Puesto que la tensión y la corriente varían de forma senoidal con el tiempo con la misma frecuencia, podemos representarlas en un plano complejo, tal y como se muestra en la figura A1.6.

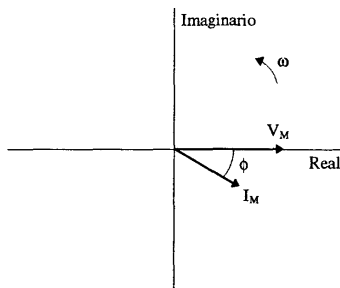


Fig. A1.6. Representación fasorial

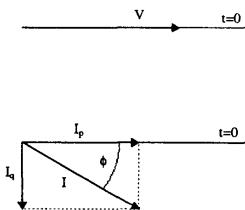
En esta representación tenemos dos fasores que representan el valor máximo de la tensión y la corriente respectivamente. Estos fasores giran en sentido antihorario con una frecuencia de giro f , es decir, con una velocidad angular $\omega = 2\pi f$ (rad/s). El valor instantáneo de tensión y corriente será la proyección sobre el eje real del fesor correspondiente.

$$v = V_M \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad (A1.31)$$

$$i = I_M \cdot \cos(\omega \cdot t - \phi)$$

En la representación fasorial normalmente se emplean los valores eficaces V e I en lugar de los máximos V_M e I_M .

Dado que estamos empleando una representación sobre el plano complejo, podremos expresar los fasores de la tensión y corriente, en el instante $t=0$, de la siguiente forma:



$$\vec{V} = V \cdot e^{j0} \quad (A1.32)$$

$$\vec{I} = I \cdot e^{-j\phi} = I_p - j \cdot I_q$$

$$I_p = I \cdot \cos \phi = \text{componente activa de la corriente.} \quad (A1.33)$$

$$I_q = I \cdot \text{sen } \phi = \text{componente reactiva de la corriente.}$$

Nota: $e^{x+jy} = e^x \cdot (\cos y + j \cdot \text{sen } y)$

\vec{V} e \vec{I} están relacionados por la impedancia de carga compleja \vec{Z} :

$$\vec{Z} = R + j \cdot \omega \cdot L = Z \cdot e^{j\phi} \quad (\text{A1.34})$$

$$\vec{I} = \frac{\vec{V}}{\vec{Z}} = \frac{V \cdot e^{j0}}{Z \cdot e^{j\phi}} = \frac{V}{Z} \cdot e^{-j\phi} = I \cdot e^{-j\phi}$$

Si consideramos ahora la expresión temporal de la corriente:

$$\begin{aligned} i &= \sqrt{2} \cdot I \cdot \cos(\omega \cdot t) = \\ &= \sqrt{2} \cdot I \cdot [\cos(\omega \cdot t) \cdot \cos(\phi) + \text{sen}(\omega \cdot t) \cdot \text{sen}(\phi)] = \\ &= \sqrt{2} \cdot I_p \cdot \cos(\omega \cdot t) + \sqrt{2} \cdot I_q \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) = i_p + i_q \end{aligned} \quad (\text{A1.35})$$

$$i_p = \sqrt{2} \cdot I_p \cdot \cos(\omega \cdot t) = \text{componente activa instantánea.}$$

$$i_q = \sqrt{2} \cdot I_q \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) = \text{componente reactiva instantánea.}$$

vemos que la corriente en cada instante es la suma de la componente activa instantánea y la componente reactiva instantánea.

La potencia absorbida por la carga podremos calcularla de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{T} \cdot \int_0^T v \cdot i \cdot dt = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T v \cdot (i_p + i_q) \cdot dt = \\ &= \frac{1}{T} \cdot \int_0^T v \cdot i_p \cdot dt + \frac{1}{T} \cdot \int_0^T v \cdot i_q \cdot dt \end{aligned} \quad (\text{A1.36})$$

donde:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{T} \cdot \int_0^T v \cdot i_p \cdot dt = \\ & = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_0^{2\pi} \sqrt{2} \cdot V \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot \sqrt{2} \cdot I \cdot \cos \phi \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot d(\omega \cdot t) = \\ & = \frac{V \cdot I \cdot \cos \phi}{\pi} \cdot \int_0^{2\pi} \cos^2(\omega \cdot t) \cdot d(\omega \cdot t) = \\ & = \frac{V \cdot I \cdot \cos \phi}{\pi} \cdot \left[\frac{\omega \cdot t}{2} + \frac{\cos(2 \cdot \omega \cdot t)}{4} \right]_0^{2\pi} = V \cdot I \cdot \cos \phi \end{aligned} \tag{A1.37}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{T} \cdot \int_0^T v \cdot i_q \cdot dt = \\ & = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_0^{2\pi} \sqrt{2} \cdot V \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot \sqrt{2} \cdot I \cdot \sen \phi \cdot \sen(\omega \cdot t) \cdot d(\omega \cdot t) = \\ & = \frac{V \cdot I \cdot \sen \phi}{\pi} \cdot \int_0^{2\pi} \cos(\omega \cdot t) \cdot \sen(\omega \cdot t) \cdot d(\omega \cdot t) = \\ & = \frac{V \cdot I \cdot \sen \phi}{\pi} \cdot \left[\frac{\sen^2(\omega \cdot t)}{2} \right]_0^{2\pi} = 0 \end{aligned} \tag{A1.38}$$

es decir:

$$P = V \cdot I \cdot \cos \phi \tag{A1.39}$$

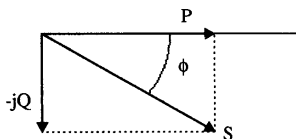
Luego, se observa que solo la componente activa de la corriente es responsable del flujo de potencia.

Se define la potencia compleja como:

$$\vec{S} = \vec{V} \cdot \vec{I} = V \cdot e^{j0} \cdot I \cdot e^{-j\phi} = V \cdot I \cdot e^{-j\phi} = S \cdot e^{-j\phi} \tag{A1.40}$$

$S = V \cdot I =$ Potencia aparente.

Si representamos la potencia compleja en forma fasorial tendremos:



Se observa que la potencia media o activa corresponde a la parte real de la potencia compleja.

$$P = \operatorname{Re}[\vec{S}] = V \cdot I \cdot \cos \phi \quad (\text{A1.41})$$

La parte imaginaria de la potencia compleja es la potencia reactiva.

$$Q = \operatorname{Im}[\vec{S}] = V \cdot I \cdot \operatorname{sen} \phi \quad (\text{A1.42})$$

Se cumple que:

$$\begin{aligned} S^2 = P^2 + Q^2 &\Rightarrow (V \cdot I)^2 = (V \cdot I \cdot \cos \phi)^2 + (V \cdot I \cdot \operatorname{sen} \phi)^2 = \\ &= (V \cdot I)^2 \cdot (\cos^2 \phi + \operatorname{sen}^2 \phi) = (V \cdot I)^2 \end{aligned} \quad (\text{A1.43})$$

Se define el factor de potencia como:

$$PF = \frac{P}{S} \quad (\text{A1.44})$$

Que en el caso de tensiones y corrientes senoidales será:

$$PF = \frac{P}{S} = \frac{V \cdot I \cdot \cos \phi}{V \cdot I} = \cos \phi \quad (\text{A1.45})$$

A1.5. CIRCUITOS CON FORMAS DE ONDA PERIÓDICAS NO SENOIDALES

En electrónica de potencia es muy frecuente encontrarnos con que la tensión es senoidal y la corriente es periódica no senoidal, coincidiendo la frecuencia de ambas, tal y como se muestra en la figura A1.7:

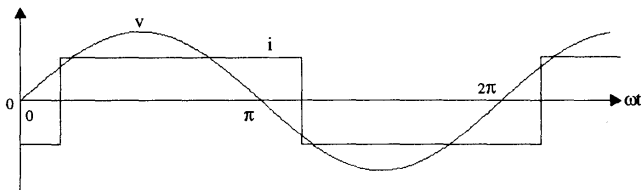


Fig. A1.7. Formas de onda típicas de tensión y corriente

Para el estudio de este tipo de situaciones se emplea el análisis de Fourier. En general si $f(t)$ es una forma de onda periódica no senoidal, con una pulsación ω , mediante el análisis de Fourier tenemos:

$$f(t) = F_0 + \sum_{h=1}^{\infty} f_h(t) = \quad (A1.46)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot a_0 + \sum_{h=1}^{\infty} \{a_h \cdot \cos(h \cdot \omega \cdot t) + b_h \cdot \sen(h \cdot \omega \cdot t)\}$$

donde:

$$a_h = \frac{2}{T} \cdot \int_0^T f(t) \cdot \cos(h \cdot \omega \cdot t) \cdot dt = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{2\pi} f(t) \cdot \cos(h \cdot \omega \cdot t) \cdot d(\omega \cdot t) \quad (A1.47)$$

$$h = 0, 1, \dots, \infty$$

$$b_h = \frac{2}{T} \cdot \int_0^T f(t) \cdot \sen(h \cdot \omega \cdot t) \cdot dt = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{2\pi} f(t) \cdot \sen(h \cdot \omega \cdot t) \cdot d(\omega \cdot t) \quad (A1.48)$$

$$h = 1, 2, \dots, \infty$$

BIBLIOTECA DE ELECTRÓNICA

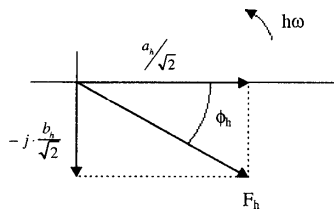
$$F_0 = \frac{1}{2} \cdot a_0 = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_0^{2\pi} f(t) \cdot d(\omega \cdot t) = \text{valor medio de } f(t). \quad (\text{A1.49})$$

$$f_h(t) = a_h \cdot \cos(h \cdot \omega \cdot t) + b_h \cdot \text{sen}(h \cdot \omega \cdot t)$$

$$h = 1, 2, \dots, \infty \Rightarrow \begin{cases} h = 1 \text{ armónico fundamental} \\ h = 2, 3, \dots, \infty \text{ armónico } 2^\circ, 3^\circ, \dots \end{cases} \quad (\text{A1.50})$$

El armónico fundamental es senoidal de la misma frecuencia (f) que $f(t)$ y los armónicos 2° , 3° ... son senoidales de frecuencia $2f$, $3f$...

Estos armónicos pueden ser representados fasorialmente de la siguiente forma:



$$\vec{F}_h = F_h \cdot e^{-j\phi_h}$$

$$F_h = \frac{\sqrt{a_h^2 + b_h^2}}{\sqrt{2}} \quad (\text{A1.51})$$

$$\tan(\phi_h) = \frac{b_h}{a_h}$$

Vamos ahora a aplicar el análisis de Fourier a nuestro caso. Si la tensión consideramos que es:

$$v = \sqrt{2} \cdot V \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad (\text{A1.52})$$

la corriente, suponiendo su valor medio nulo, será:

$$i = i_1 + \sum_{h=2}^{\infty} i_h \begin{cases} i_1 = \text{armónico fundamental.} \\ i_h = \text{armónico } h. \end{cases} \quad (\text{A1.53})$$

Es decir:

$$i = \sqrt{2} \cdot I_{s1} \cdot \cos(\omega \cdot t - \phi_1) + \sum_{h=2}^{\infty} \sqrt{2} \cdot I_{sh} \cdot \cos(h \cdot \omega \cdot t - \phi_h) \quad (\text{A1.54})$$

dónde:

$$I_{sh} = \frac{\sqrt{a_h^2 + b_h^2}}{\sqrt{2}} \rightarrow h = 1, 2, \dots, \infty$$

$$\phi_h = \arctan \frac{b_h}{a_h} \rightarrow h = 1, 2, \dots, \infty \quad (\text{A1.55})$$

ϕ_1 = desfase entre v e i_1 .

$\phi_h > 0 \rightarrow$ retraso de i_h respecto v

El valor eficaz de i lo podemos calcular como:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T i^2 \cdot dt.} \quad (\text{A1.56})$$

Sustituyendo en la anterior expresión i por su expresión obtenida en A1.54 y operando se obtiene:

$$I = \sqrt{I_1^2 + \sum_{h=2}^{\infty} I_h^2} \quad (\text{A1.57})$$

I_1 = valor eficaz del armónico fundamental.

I_h = valor eficaz del armónico h .

Se define la distorsión total armónica de la corriente como:

$$THD_i = \frac{\sqrt{I^2 - I_1^2}}{I_1} \rightarrow THD_i(\%) = 100 \cdot THD_i \quad (A1.58)$$

En cuanto a la potencia absorbida por el sistema será:

$$P = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T v \cdot i \cdot dt = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T v \cdot \left(i_1 + \sum_{h=2}^{\infty} i_h \right) = V \cdot I_1 \cdot \cos \phi_1 \quad (A1.59)$$

de donde se deduce que solo es el armónico fundamental el que contribuye al flujo de potencia.

El factor de potencia será:

$$PF = \frac{P}{S} = \frac{V \cdot I_1 \cdot \cos \phi_1}{V \cdot I} = \frac{I_1}{I} \cdot \cos \phi_1 \quad (A1.60)$$

donde $\cos \phi_1$ es el factor de desplazamiento (DPF).

El factor de potencia podremos reescribirlo como:

$$PF = \frac{I_1}{I} \cdot \cos \phi_1 = \frac{1}{I/I_1} \cdot \cos \phi_1 = \frac{1}{\sqrt{1 + THD_i^2}} \cdot \cos \phi_1 \quad (A1.61)$$

ya que:

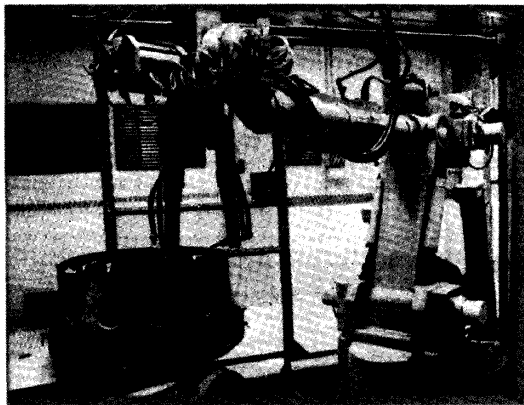
$$THD_i^2 = \frac{I^2 - I_1^2}{I_1^2} = \frac{I^2}{I_1^2} - 1 \Rightarrow \frac{I}{I_1} = \sqrt{THD_i^2 + 1} \quad (A1.62)$$



CONTROL DE MOTORES DC

A2.1. INTRODUCCIÓN

El mundo que conocemos hoy en día está en constante movimiento. En la industria, millones de robots funcionan diariamente para liberar al hombre de labores repetitivas, poco gratificantes e incluso peligrosas. En la calle, la simple pulsación de un botón permite elevar persianas a distancia, abrir y cerrar las cerraduras de nuestro coche o simplemente subir las ventanillas con comodidad. En nuestra propia casa, cada vez más electrodomésticos se mueven para hacernos la vida más fácil (lavadoras, batidoras, equipos de música, etc.).



En todos los ejemplos mencionados, los elementos que permiten generar el movimiento a partir de la red eléctrica son los motores eléctricos, que pueden clasificarse en cuatro grandes familias atendiendo a su principio de funcionamiento. Estas familias son:

- 1) Motores síncronos.
- 2) Motores asíncronos o de inducción.
- 3) Motores de corriente continua (o DC).
- 4) Motores de colector.

De todos estos tipos, el que tradicionalmente ha sido más utilizado para funcionar en régimen de velocidad variable es el motor DC, ya que sus características permiten variar su velocidad de una forma relativamente sencilla manteniendo unas prestaciones satisfactorias (hoy en día, los avances en electrónica de potencia y microelectrónica permiten a los motores síncronos y asíncronos competir en el campo de la variación de velocidad con los motores DC).

En este apéndice se estudiarán los principios generales del control de la velocidad del motor DC, tanto en aquellas aplicaciones de muy pequeña potencia (periféricos informáticos, juguetes eléctricos, etc.), como en aquellas en las que la potencia puesta en juego es elevada (tracción eléctrica, accionamiento de grúas, etc.).

A2.1.1. Características generales del motor dc

En el motor DC, los bobinados del estátor (aquella parte de la máquina que permanece inmóvil) están recorridos por corriente continua y son los encargados de generar el campo magnético, por lo que en lo sucesivo haremos referencia a ellos como bobinados del inductor.

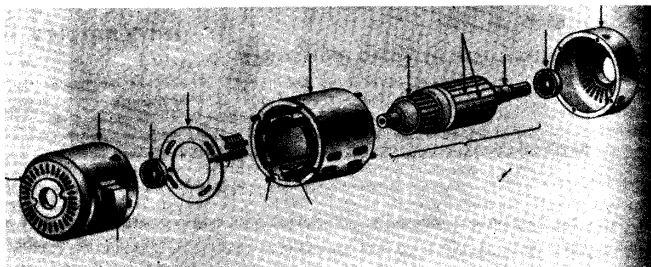


Fig. A2.1. Despiece de un motor DC

Por su parte, el rotor (la parte de la máquina que gira) está constituido por un cilindro de material ferromagnético sobre el que se disponen los bobinados del inducido, los cuales se conectan eléctricamente con el colector de la máquina. Unas escobillas fijas en el espacio permiten el contacto eléctrico entre el colector y el circuito exterior.

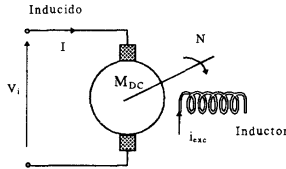


Fig. A2.2. Esquema del motor DC

Como en cualquier otro motor eléctrico, el par de giro que aparece en el eje se debe a la interacción de los campos magnéticos creados por el inductor y el inducido, por lo que el motor no funcionará si uno de los dos devanados no está correctamente alimentado.

Tradicionalmente, la máquina de corriente continua ha sido la más utilizada en aquellas aplicaciones que requieren variación de velocidad (regulación de procesos) ya que resultan muy sencillas de controlar incluso con métodos clásicos (reostatos). Si no se considera el fenómeno de saturación, se demuestra que las ecuaciones que rigen su funcionamiento son las siguientes:

$$E = K_v \cdot i_{exc} \cdot N \quad (A2.1)$$

$$T = K_t \cdot i_{exc} \cdot I \quad (A2.2)$$

$$U = E + R \cdot I + L \cdot \frac{dI}{dt} \quad (A2.3)$$

siendo:	E: f.e.m	N: velocidad
	T: par motor	U: tensión en bornes del inducido
	i_{exc} : corriente en el inductor	K_v : constante de f.e.m.
	I: corriente en el inducido	K_t : constante de par

En régimen permanente de funcionamiento y considerando que la alimentación es perfectamente continua, el término diferencial de la ecuación (Ldi/dt) es nulo, por lo que la velocidad del motor puede expresarse:

$$N = \frac{U - R \cdot I}{K \cdot i_{exc}} \cong \frac{U}{K \cdot i_{exc}} \quad (\text{A2.4})$$

ya que el término $R \cdot i$ suele ser muy pequeño frente a la tensión de alimentación. De esta expresión se deduce que tenemos dos mecanismos de variación de velocidad en un motor de corriente continua: actuar sobre la tensión de alimentación (U) y/o sobre la corriente de inductor (i_{exc}).

En la práctica, se suele mantener i_{exc} constante y se varía la tensión de alimentación para actuar sobre la velocidad de 0 a la velocidad nominal. Cuando se desea trabajar en sobrevelocidad (velocidades superiores a la nominal) se mantiene la tensión constante (ya que no es aconsejable subir por encima de la tensión nominal) y se disminuye la corriente de excitación. La disminución de i_{exc} reduce, a su vez, el par disponible en la máquina, pero esto no suele tener repercusiones importantes a velocidades elevadas (siempre que el par resistente disminuya con la velocidad).

La evolución de las variables más destacables en la máquina, según el rango de velocidades en que trabaje, es la siguiente:

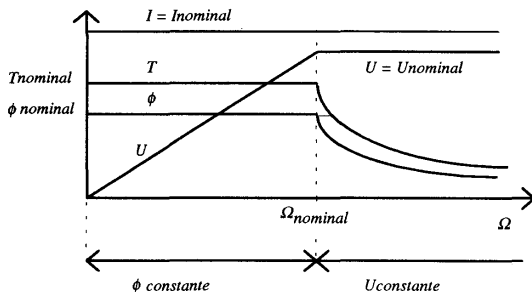


Fig A2.3. Características del motor DC

El par y la corriente en la máquina dependen de la carga (par resistente). En las curvas anteriores se han considerado el par y la corriente máximos sin que se sobrecargue el motor (es decir, que la corriente es la nominal).

En el capítulo de inconvenientes, los más relevantes en este tipo de motores son los siguientes:

- a) Son caros y requieren un mantenimiento frecuente, debido al rozamiento (y el consiguiente desgaste) entre escobillas y las delgas del colector.
- b) No es aconsejable su utilización en ambientes industriales susceptibles de incendio (madereras, almacenes de productos inflamables) o de explosión (depuradoras, refinerías, etc.), ya que entre escobillas y colector se producen chispas que pueden resultar peligrosas en dichos ambientes.

EJERCICIO A2.1.

Identificar las diferentes partes del motor DC (inductor, inducido, colector, etc.) en el esquema de la figura A2.1.

A2.1.2. Reversibilidad

Como cualquier otra máquina eléctrica, el motor DC es reversible y puede generar energía eléctrica absorbiendo energía mecánica de la carga que está accionando. Esta situación se produce cuando es la carga quién hace girar al motor y no al revés, como sería el caso de un tren frenando o una grúa descendiendo. Cuando el motor genera electricidad, el par en el eje se invierte, es decir, se opone al sentido del movimiento de la carga, frenándola.

Sobre el plano Par (velocidad), los diferentes tipos de funcionamiento que se pueden producir se sitúan en cada uno de los cuadrantes, tal y como se observa en la figura A2.4.

Dado que la potencia mecánica del motor se expresa como el producto entre el par y la velocidad, la potencia será positiva (es decir, la máquina suministra potencia y se comporta como motor) en los cuadrantes 1 y 3, entre los cuales simplemente se ha invertido el sentido de giro. El funcionamiento como generador se produce en los cuadrantes 2 y 4, en los cuales la potencia es negativa (lo que se interpreta como que el motor no suministra energía mecánica sino que la absorbe).

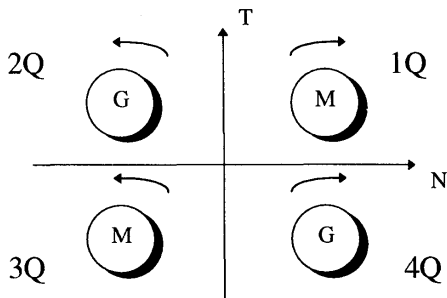


Fig. A2.4. Cuadrantes de funcionamiento

EJERCICIO A2.2.

Considerando el sentido de giro del motor, proponer un ejemplo aplicado a la industria de funcionamiento en cada uno de los cuadrantes.

EJERCICIO A2.3.

Teniendo en cuenta las relaciones existentes entre el par y la corriente de inducido por una parte, y entre la tensión de inducido y la velocidad por otra, dibujar los cuadrantes de funcionamiento sobre el plano tensión-corriente, especificando en cada caso el signo de la potencia eléctrica en el motor.

Los cuadrantes de funcionamiento en que se desee funcionar determinan el tipo de convertidor electrónico que se necesita para alimentar el motor. En el caso general de funcionamiento en cuatro cuadrantes, el convertidor debe ser capaz de suministrar al motor tensiones de inducido bipolares (tanto positivas como negativas) y corrientes bidireccionales. Este funcionamiento suele ser habitual en pequeña y media potencia y en general en aquellas aplicaciones que requieren prestaciones dinámicas elevadas (robótica, posicionamiento, etc.), ya que permite el control total de las aceleraciones y deceleraciones del motor.

En potencias elevadas (tracción eléctrica, por ejemplo), en las cuales la reversibilidad de corriente encarece el convertidor, en ocasiones se mantiene la unidireccionalidad de la corriente de inducido y se invierte el signo de la corriente de excitación (i_{exc}). Dado que el par es proporcional al producto de ambas corrientes, la inversión del signo de sólo una de ellas (en este caso, i_{exc}) provoca la inversión del par aplicado al eje y en consecuencia el motor se opone al giro de la carga, pasando a funcionar en modo generador. Sin embargo, la inversión de la corriente de excitación es un proceso delicado ya que durante unos instantes el flujo en el motor es casi nulo, lo que puede provocar inestabilidades y en determinados casos el embalamiento del motor.

A2.2. CONVERTIDORES ELECTRÓNICOS PARA EL CONTROL DE MOTORES DC

La función de un convertidor electrónico es adaptar la naturaleza de la fuente de energía eléctrica disponible (red de distribución, baterías, etc.) a las necesidades del motor, de acuerdo con las prestaciones que se desean obtener. Las estructuras básicas que se utilizan son dos:

- 1) Rectificador a tiristores, en los cuales la fuente de suministro es la red de distribución eléctrica.
- 2) Choppers o troceadores, que son conversores conmutados DC-DC. Pueden funcionar directamente a partir de baterías, pero precisan un rectificador en cabecera si la alimentación procede de la red eléctrica.

En aplicaciones de gran potencia y prestaciones dinámicas reducidas se utilizan generalmente los rectificadores controlados. En potencias medias y bajas y cuando las prestaciones que se desean obtener son elevadas se recurre a los troceadores.

A2.2.1. Rectificador a tiristores

En este convertidor, la tensión de salida depende de la tensión eficaz entre fases de la red a la que está conectado, así como del ángulo de disparo (θ) aplicado a los tiristores.

$$U = \frac{3}{\pi} \cdot \sqrt{2} \cdot U_{red} \cdot \cos \theta \quad (\text{A2.5})$$

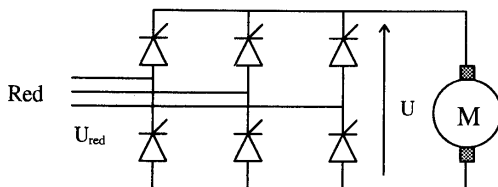


Fig. A2.5. Esquema del rectificador trifásico controlado

Un rectificador controlado permite obtener tensiones bipolares pero no es reversible en corriente, por lo que el motor únicamente puede funcionar en los cuadrantes 1 y 2. Si se desea trabajar en los 4 cuadrantes, se utilizan dos puentes rectificadores conectados como se indica en la figura A2.6:

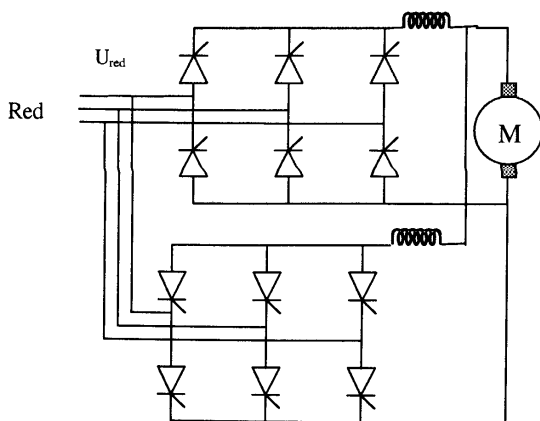


Fig. A2.6. Conexión de dos rectificadores para el funcionamiento en 4 cuadrantes

El inconveniente de esta estructura es el riesgo de cortocircuito en la red que se produce si los dos rectificadores funcionan simultáneamente. Para evitar una situación de este tipo, pueden utilizarse dos procedimientos:

- a) Evitar que los dos puentes puedan funcionar al mismo tiempo. Es decir, se debe asegurar que en ningún caso dos tiristores correspondientes a puentes distintos reciban señal de disparo dentro de un mismo período de funcionamiento. El inconveniente de este método es que la corriente de inducido permanece nula durante unos instantes (correspondientes a un tiempo muerto de seguridad), durante los cuales no hay par en el motor y se pierde el control de la máquina.
- b) Utilizar inductancias de valor elevado (como indica la figura A2.6) para limitar las corrientes de circulación entre fases de la red, de manera que se pueda producir el funcionamiento simultáneo de los dos rectificadores y se elimine el tiempo muerto, mejorando la velocidad de respuesta (frente a una inversión del sentido de giro, por ejemplo). Generalmente, estas inductancias se dimensionan para limitar la corriente de circulación al 10% de la corriente nominal del motor, de manera que los tiristores de los rectificadores deben sobredimensionarse en la misma medida.

EJERCICIO A2.4.

Observando el esquema de la figura A2.6, indicar de qué manera se puede producir una situación de cortocircuito entre las fases de la red de alimentación cuando los dos rectificadores funcionan simultáneamente y no se utilizan inductancias limitadoras.

A2.2.2. Choppers o troceadores

Para controlar la velocidad de un motor DC en los cuatro cuadrantes mediante un convertidor conmutado se recurre a una configuración en puente completo (o puente en H). En este caso, la velocidad del motor se controla variando el valor medio de la tensión aplicada al motor. Para ello, los interruptores del puente son conmutados a ON y a OFF de acuerdo con un cierto ciclo de trabajo D. Se denomina *secuencia activa* aquella en que el estado de los interruptores es tal que el motor está conectado con la tensión de alimentación V_a . Cuando el motor se aísla de la alimentación y permanece en cortocircuito, estamos en la denominada *secuencia de libre circulación* (de la corriente).

La tensión de salida puede expresarse, a la vista de la figura A2.7, como:

$$V_o(t) = V_{AB}(t) = V_{AN}(t) - V_{BN}(t) \quad (\text{A2.6})$$

siendo:

$$\begin{array}{llll} V_{AN} = V_a & \text{si QA+ = ON} & V_{BN} = V_a & \text{si QB+ = ON} \\ V_{AN} = 0 & \text{si QA- = ON} & V_{BN} = 0 & \text{si QB- = ON} \end{array}$$

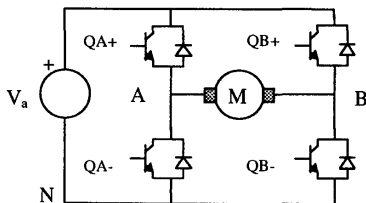
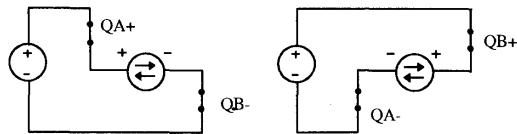


Fig. A2.7. Esquema de un convertor en puente completo

De acuerdo con todo lo anterior, pueden imaginarse dos estrategias de control de los interruptores que conducen a dos formas de onda de la tensión de salida distintas: *PWM bipolar* y *PWM unipolar*. Las principales características de ambos tipos de control se exponen a continuación.

I. PWM BIPOLAR

La modulación bipolar permite obtener tensiones de salida tanto positivas como negativas (el valor medio estará en función del ciclo de trabajo de los interruptores o, lo que viene a ser lo mismo, de la duración relativa al periodo de cada secuencia de funcionamiento). En este tipo de modulación nos encontramos con dos posibles secuencias de funcionamiento que se muestran en la siguiente figura:



Secuencia 1: $QA+ = QB- = 1$
 $QA- = QB+ = 0$

Secuencia 2: $QA+ = QB- = 0$
 $QA- = QB+ = 1$

Fig. A2.8. Secuencias de funcionamiento en modo PWM bipolar

Las señales de control para una conmutación de este tipo pueden generarse a partir del siguiente esquema, en el que se pone de manifiesto que sólo se controla el ciclo de trabajo de un interruptor (el de los demás viene condicionado por este).

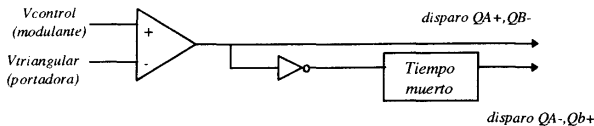


Fig. A2.9. Generación de las señales de disparo de los interruptores en conmutación bipolar

Entre los disparos de cada diagonal se introduce un retardo (tiempo muerto) con el fin de asegurar que los interruptores de un mismo semipunto no están cerrados simultáneamente en ninguna circunstancia, pues supondría un cortocircuito de la tensión de entrada.

II. PWM UNIPOLAR

Con este tipo de control la tensión que se aplica al motor varía entre 0 y la tensión de alimentación, tal como se indica en la figura A2.10:

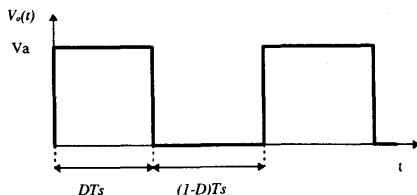


Fig. A2.10. Tensión de salida en conmutación bipolar

Las diferentes secuencias de funcionamiento, en función de los semiconductores que conduzcan, son las siguientes (en cada caso, un interruptor cerrado hace referencia indistintamente a los semiconductores controlados o a sus diodos en antiparalelo). La conducción de uno u otro dependerá del sentido de la corriente del motor).

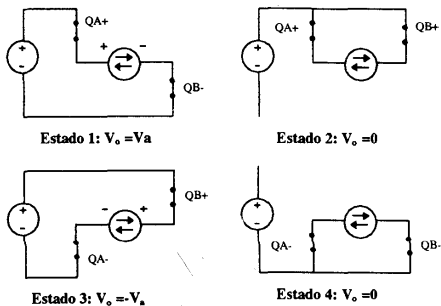


Fig. A2.11. Esquemas equivalentes en conmutación unipolar

En los estados 1 y 3, la alimentación y el motor están conectados mediante los interruptores correspondientes (son secuencias activas o de transferencia de energía). En los estados 2 y 4 el motor permanece en cortocircuito a través de los diodos en antiparalelo. Estas secuencias se denominan de libre circulación y son pasivas, no existiendo transferencia de energía entre la entrada y la salida.

Las señales de control en este tipo de conmutación pueden generarse mediante dos moduladores según se muestra en la figura A2.12:

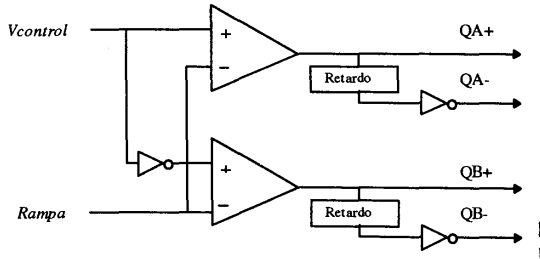


Fig. A2.12. Generación de señales de control en conmutación unipolar

EJERCICIO A2.5.

Dibujar la forma de onda de la tensión aplicada al motor en la modulación bipolar, indicando los interruptores que conducen en cada instante.

EJERCICIO A2.6.

Dibujar las formas de onda de la tensión aplicada al motor cuando se utiliza modulación unipolar y el motor funciona en los cuadrantes 1 y 3. En cada caso se indicarán los interruptores que conducen en cada instante. ¿Cuándo se producirá el funcionamiento en los cuadrantes 2 y 4?

A2.3. MODELIZACIÓN DE CONVERTIDORES Y DEL MOTOR DC

Para diseñar la estructura de regulación de cualquier proceso es necesario obtener previamente un modelo del mismo que refleje su comportamiento en régimen transitorio. Para ello, en este apartado obtendremos las funciones de transferencia más usuales tanto del motor DC como de los convertidores electrónicos que lo controlan.

A2.3.1. Función de transferencia del convertidor

1) Rectificador controlado

El valor medio de la tensión que se obtiene en la etapa de continua de un rectificador trifásico controlado puede calcularse como:

$$U = \frac{3}{\pi} \cdot \sqrt{2} \cdot U_{red} \cdot \cos \theta \quad (A2.7)$$

siendo U_{red} el valor eficaz de la tensión entre fases de la red y θ el ángulo de disparo de los tiristores. Para controlar θ , generalmente se utiliza una tensión equivalente a:

$$u_c = \cos \theta \quad (A2.8)$$

de manera que el convertidor puede modelizarse como una simple ganancia K_c equivalente a:

$$\frac{U}{u_c} = K_c = \frac{3}{\pi} \cdot \sqrt{2} \cdot U_{red} \quad (A2.9)$$

Un modelo más completo del rectificador se obtiene teniendo en cuenta el retardo que se produce en la respuesta de la tensión media en la etapa de continua frente a variaciones de la tensión de control u_c . (figura A2.13).

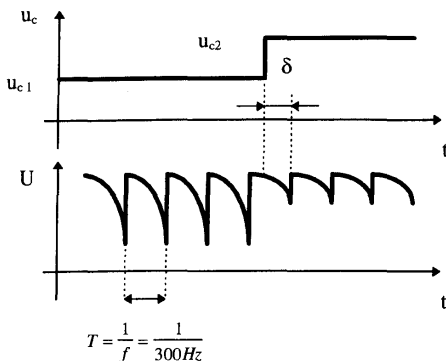


Fig. A2.13. Retardo en la respuesta del rectificador

El retardo δ es el tiempo que transcurre entre la variación de u_c y el instante en el cual esa variación afecta a la tensión de salida. Su valor está comprendido entre 0 y el período de la forma de onda de la tensión en la etapa de continua.

$$0 \leq \delta \leq T = \frac{1}{300} = 3,33 \text{ ms} \quad (\text{A2.10})$$

Estadísticamente, el retardo medio ($\langle \delta \rangle$) se puede calcular como la mitad del período, es decir:

$$\langle \delta \rangle = \frac{T}{2} = \frac{3,33}{2} = 1,66 \text{ ms} \quad (\text{A2.11})$$

En definitiva, teniendo en cuenta este retardo, la función de transferencia del rectificador se expresa:

$$\frac{U}{u_c} = K_c \cdot e^{-s\langle \delta \rangle} \quad (\text{A2.12})$$

que efectuando una aproximación de primer orden queda:

$$\frac{U}{u_c} = \frac{K_c}{1 + s\langle \delta \rangle} \quad (\text{A2.13})$$

¿Cuándo es conveniente tener en cuenta el retardo que se produce en el control del rectificador?.

Un criterio a seguir puede obtenerse a partir de la constante de tiempo eléctrica del inducido τ_e .

$$\tau_e = \frac{L}{R} \quad (\text{A2.14})$$

El valor de τ_e es una indicación de la rapidez con que puede variar la corriente en el inducido del motor. En consecuencia, si $\tau_e \gg \delta$ el retardo apenas afectará a la evolución de la corriente y es suficiente utilizar una ganancia K_c para modelizar el rectificador dentro de un esquema de control. En aquellos casos en los que τ_e y δ son comparables en magnitud, el retardo sí que puede afectar a la evolución de la corriente y en consecuencia es aconsejable tenerlo en cuenta en su función de transferencia.

2) Modulador PWM

La mayoría de los convertidores conmutados se controlan siguiendo el principio de la modulación PWM, obteniendo las señales de control para los interruptores a partir de la comparación entre una señal triangular de alta frecuencia (la de conmutación) y una señal proporcional a la tensión media que se quiere imponer en la salida del convertidor (modulante).

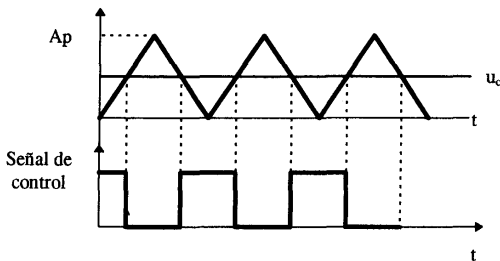


Fig. A2.14. Formas de onda en la modulación PWM

Si consideramos el caso de la modulación bipolar, la tensión media aplicada al motor se expresa:

$$\langle U \rangle = V_a \cdot (2 \cdot D - 1) \quad (\text{A2.15})$$

Para obtener la función de transferencia entre la tensión de alimentación y la tensión media aplicada al motor, consideraremos las pequeñas variaciones en torno a un punto de equilibrio D_o , V_{a0} , de manera que:

$$D = D_o + \hat{D} \quad (\text{A2.16})$$

$$U = U_o + \hat{U}$$

Operando se obtiene:

$$\frac{\hat{U}}{\hat{D}} = 2 \cdot V_a \quad (\text{A2.17})$$

Por otra parte, la función de transferencia del modulador en pequeña señal es:

$$\frac{\hat{D}}{\hat{u}_c} = \frac{1}{Ap} \quad (\text{A2.18})$$

siendo u_c la tensión de control que el modulador compara con la triangular y Ap la amplitud pico a pico de esta.

En definitiva, el diagrama de bloques del conjunto modulador más el convertidor en puente queda:

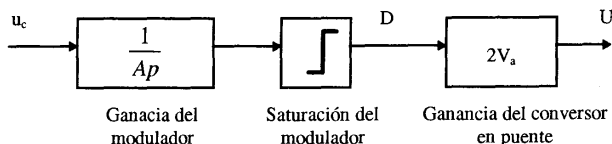


Fig. A2.15. Diagrama de bloques del modulador y el convertidor

Y la función de transferencia correspondiente:

$$\frac{\hat{U}}{\hat{u}_c} = \frac{2 \cdot V_a}{Ap} \quad (\text{A2.19})$$

A2.3.2. Modelización del motor DC

La ecuación diferencial que define el comportamiento del inducido del motor en régimen transitorio es la siguiente:

$$U = R \cdot I + L \cdot \frac{dI}{dt} + E \quad (\text{A2.20})$$

siendo U la tensión en el inducido, I la corriente, E la f.e.m. del motor, R la resistencia del bobinado y L su inductancia. La f.e.m. E es proporcional a la velocidad (N) del motor y en consecuencia sus variaciones dependen de la constante de tiempo mecánica. Por lo general, la constante de tiempo mecánica es mucho mayor que la eléctrica del inducido, por lo que a la escala de las variaciones eléctricas consideraremos que E permanece constante.

$$E = K_v \cdot N \quad (\text{A2.21})$$

Aplicando la transformada de Laplace y operando se obtiene la función de transferencia eléctrica del motor:

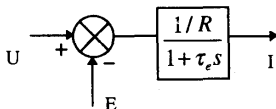


Fig. A2.16. Modelización del inducido

siendo $\tau_e = \frac{L}{R}$ la constante de tiempo eléctrica del inducido del motor.

Por su parte, la ecuación mecánica que define el movimiento de giro del motor es:

$$T_m - T_r = J \cdot \frac{dN}{dt} + r \cdot N \quad (\text{A2.22})$$

donde:

T_m : Par electromagnético del motor.

T_r : Par resistente ofrecido por la carga.

J : Momento de inercia.

r : Coeficiente lineal de rozamiento.

Tomando transformadas de Laplace y teniendo en cuenta que a excitación constante el par es proporcional a la corriente de inducido, el diagrama de bloques que modeliza el comportamiento mecánico del motor es el mostrado en la figura A2.17.

$$T_m = K_t \cdot I \quad (\text{A2.23})$$

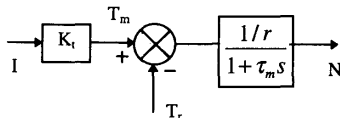


Fig. A2.17. Modelización del comportamiento mecánico

siendo $\tau_m = \frac{J}{r}$ la constante de tiempo mecánica del motor. La función de transferencia entre la velocidad y la corriente de inducido es:

$$\frac{N}{I} = \frac{K_t}{r} \cdot \frac{1}{1 + \tau_m s} \quad (\text{A2.24})$$

Por lo tanto, el modelo completo del conjunto formado por el modulador, el convertidor y el motor queda:

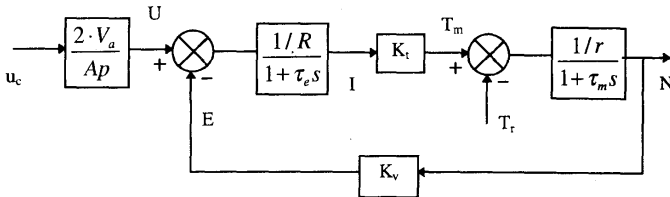


Fig. A2.18. Diagrama de bloques completo

En este último diagrama de bloques se pone de manifiesto la interacción entre la etapa mecánica y la eléctrica del motor.

EJERCICIO A2.7.

Redibujar el diagrama de bloques de la figura A2.18 considerando que el convertidor utilizado es un rectificador trifásico controlado.

A2.4. ESTRUCTURAS DE REGULACIÓN

Una vez modelizado el comportamiento del motor y el convertidor, el siguiente paso en el diseño del sistema de control es la elección de la estructura de regulación que se considere más adecuada. A modo de ejemplo, a continuación se expone el diseño de una estructura de regulación en cascada, una de las más utilizadas por su simplicidad y resultados satisfactorios.

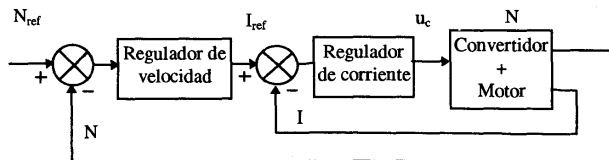
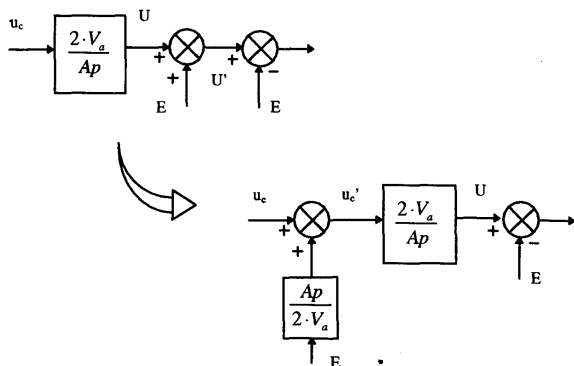


Fig. A2.19. Regulación en cascada

En este tipo de regulación, además del lazo cerrado de regulación de la velocidad se realiza un lazo interno de regulación de la corriente, limitándola a 2 ó 3 veces la nominal del inducido durante los regímenes transitorios bruscos (aceleraciones y deceleraciones). A continuación se expone un método de cálculo para los reguladores de velocidad y de corriente.

A2.4.1. Cálculo del regulador de corriente

A la escala de las variaciones eléctricas, la f.e.m. del motor (E) puede considerarse una perturbación conocida (ya que midiendo N podemos estimar el valor de E). En consecuencia, sus efectos pueden compensarse sumando E con signo positivo (nótese que en el diagrama aparece con signo negativo). Esta compensación no puede efectuarse directamente en la etapa de potencia (es decir, sumando E a la tensión aplicada al motor, por lo que se le suma a la tensión de control u_c una tensión equivalente que se obtiene aplicando álgebra de bloques.



El lazo de regulación de corriente es:

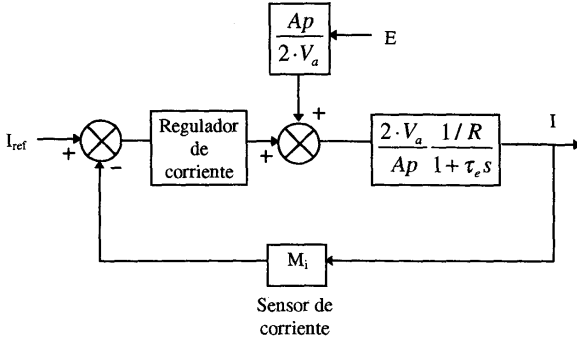


Fig. A2.20. Lazo de regulación de corriente

El objetivo del diseño es la elección y cálculo del regulador de corriente de manera que la respuesta se ajuste a unas prestaciones determinadas, en términos de estabilidad, velocidad de respuesta, precisión, etc.

A modo de ejemplo, efectuaremos el diseño de un simple regulador PI de manera que se obtenga un ancho de banda del sistema regulado ω_c con un margen de fase superior a 45° . La función de transferencia del regulador PI es:

$$R(s) = K_p + \frac{K_i}{s} = \frac{K_p s + K_i}{s} = K_i \cdot \frac{1 + \frac{K_p}{K_i} s}{s} \quad (\text{A2.25})$$

donde K_p es la constante proporcional del regulador y K_i la constante integral.

Por su parte, la función de transferencia en lazo abierto del conjunto motor+convertidor+modulador es, partiendo del esquema de la figura A2.20:

$$T(s) = M_i \cdot \frac{2 \cdot V_a}{Ap \cdot R} \cdot \frac{1}{1 + \tau_e s} \quad (\text{A2.26})$$

De manera que la función de transferencia en lazo abierto del lazo de corriente es:

$$G_{LA}(s) = \frac{K_i}{s} \cdot \left(1 + \frac{K_p}{K_i} s\right) \cdot M_i \cdot \frac{2 \cdot V_a}{Ap \cdot R} \cdot \frac{1}{1 + \tau_e s} \quad (\text{A2.27})$$

Utilizando la técnica de compensación de polos, podemos igualar el cero del regulador al polo eléctrico del motor, es decir:

$$\frac{K_p}{K_i} = \tau_e \quad (\text{A2.28})$$

Con este criterio de diseño, la función de transferencia en lazo abierto se simplifica de la siguiente forma:

$$G_{LA}(s) = \frac{K_i}{s} \cdot M_i \cdot \frac{2 \cdot V_a}{Ap \cdot R} \quad (\text{A2.29})$$

El diagrama de Bode correspondiente a una función de transferencia de este tipo es el siguiente:

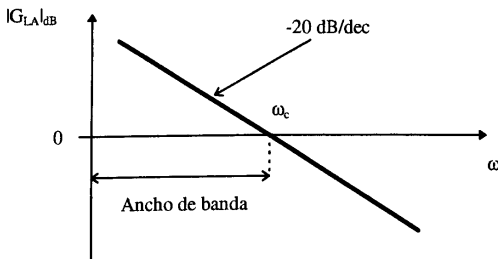


Fig. A2.21. Representación de Bode de G_{LA}

Esta función de transferencia corta el eje 0 dB a la pulsación:

$$\omega = K_i \cdot M_i \cdot \frac{2 \cdot V_a}{Ap \cdot R} \quad (\text{A2.30})$$

Por lo tanto, para conseguir el ancho de banda deseada debemos imponer:

$$\omega_c = K_i \cdot M_i \cdot \frac{2 \cdot V_a}{A_p \cdot R} \quad (\text{A2.31})$$

De manera que la constante integral del regulador se obtiene, despejando de la ecuación anterior, como:

$$K_i = M_i \cdot \frac{\omega_c}{\frac{2 \cdot V_a}{A_p \cdot R}} \quad (\text{A2.32})$$

Finalmente, la constante proporcional del regulador será:

$$K_p = \tau_e \cdot K_i = \frac{L}{R} \cdot K_i \quad (\text{A2.33})$$

¿Cómo puede realizarse de forma electrónica el regulador PI? Utilizando amplificadores operacionales, el regulador PI responde a la siguiente configuración:

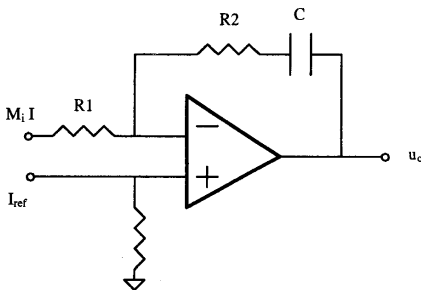


Fig. A2.22. Regulador PI electrónico

La tensión de salida de este circuito se puede expresar como:

$$u_c = \frac{R_2}{R_1} \cdot I_{ref} + \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1 + R_2 C s}{R_2 C s} \quad (\text{A2.34})$$

Considerando únicamente el segundo sumando (correspondiente a las pequeñas variaciones en torno al punto de operación) y comparando con la ecuación (A2.25), se obtienen los valores de R_1 , R_2 y C correspondientes a los valores deseados de las constantes de tiempo proporcional e integral del regulador.

$$K_i = \frac{1}{R_1 C} \quad (\text{A2.35})$$

$$K_p = \frac{R_2}{R_1} \quad (\text{A2.36})$$

A2.4.2. Cálculo del regulador de velocidad

Por regla general, la dinámica del lazo de velocidad es mucho más lenta que la del lazo de corriente, por lo que se puede efectuar la aproximación:

$$I = I_{ref} \quad (\text{A2.37})$$

Es decir, para el cálculo del regulador de velocidad se puede despreciar la dinámica del lazo de corriente e identificar el valor de la corriente real en el motor con el valor fijado por la referencia. En aquellos casos en los que la rapidez de respuesta de los lazos de velocidad y de corriente son del mismo orden de magnitud, se puede aproximar el lazo cerrado de corriente a un primer orden con un polo que viene dado por el ancho de banda de este lazo (ω_{ci}).

$$\frac{I}{I_{ref}} = \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_{ci}}} \quad (\text{A2.38})$$

En este último caso, el diagrama de bloques del lazo de velocidad queda:

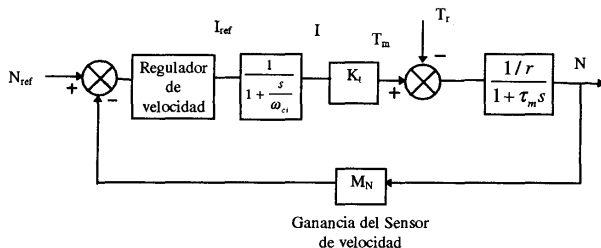


Fig. A2.23. Lazo de regulación de velocidad

La función de transferencia en lazo abierto de este lazo es:

$$G_{LA}(s) = R(s) \cdot \frac{M_N}{r} \cdot \frac{K_t}{1 + \tau_m s} \cdot \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_{ci}}} \quad (\text{A2.39})$$

siendo $R(s)$ la función de transferencia del regulador de velocidad.

A2.4.3. Regulación de posición

El posicionamiento del motor viene determinado por el ángulo θ que recorre al girar.

$$N = \frac{d\theta}{dt} \quad (\text{A2.40})$$

Por lo tanto, tomando transformadas de Laplace, se tiene:

$$\frac{\theta(s)}{N(s)} = \frac{1}{s} \quad (\text{A2.41})$$

con N en rad/s.

El lazo cerrado de velocidad puede aproximarse a un primer orden con un polo definido por el ancho de banda de este lazo (ω_{cN}).

$$\frac{N}{N_{ref}} = \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_{cN}}} \quad (\text{A2.42})$$

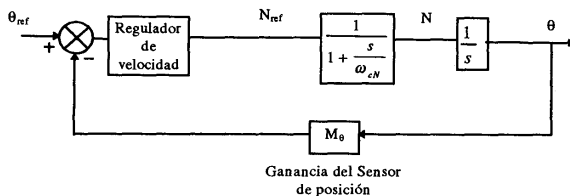


Fig. A2.24. Lazo de regulación de posición

La función de transferencia en lazo abierto, incluyendo el regulador, es:

$$G_{LA}(s) = K_{\theta} \cdot M_{\theta} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{\omega_{cN}}\right) \cdot s} \quad (\text{A2.43})$$

Para el posicionamiento se puede utilizar un simple regulador proporcional (constante proporcional K_{θ}). La acción integral no es necesaria pues ya hay un integrador puro ($1/s$) en el esquema.

La función de transferencia en lazo cerrado es:

$$G_{LC}(s) = \frac{\theta}{\theta_{ref}} = \frac{K_{\theta}}{s \cdot \left(1 + \frac{s}{\omega_{cN}}\right) + K_{\theta} M_{\theta}} \quad (\text{A2.44})$$

$$G_{LC}(s) = \frac{\theta}{\theta_{ref}} = \frac{1}{M_{\theta}} \cdot \frac{K_{\theta}}{\frac{s^2}{\omega_{cN} K_{\theta} M_{\theta}} + \frac{s}{K_{\theta} M_{\theta}} + 1} \quad (\text{A2.45})$$

Si comparamos con la expresión general de un sistema de 2º orden:

$$G_{LC}(s) = \frac{1}{\frac{s^2}{\omega_n^2} + \frac{2\xi}{\omega_n} s + 1} \quad (\text{A2.46})$$

BIBLIOGRAFÍA

- [1]: N. Mohan, Tore M. Undeland & William P. Robbins. *"Power Electronics. Converters, Applications and Design"*. Ed. John Wiley & Sons, Inc.
- [2]: Muhammad H. Rashid. *"Power Electronics"*. Ed. Prentice Hall.
- [3]: Kjeld Thorborg. *"Power Electronics"*. Ed. Prentice Hall.
- [4]: Cyril W. Lander. *"Power Electronics"*. Ed. Mc Graw Hill.
- [5]: S. B. Dewan & A. Straughen. *"Power Semiconductor Circuits"*. Ed. John Wiley & Sons.
- [6]: F. Csáki, I. Hermann, I. Ipsits, A. Kárpáti, Magyar. *"Power Electronics"*. Ed. Akadémiai Kiadó.
- [7]: A. Abellán, G. Garcerá, J. M. Benavent. *"Problemas resueltos de electrónica de potencia"*. SPUPV, I.S.B.N.: 84-7721-504-9.
- [8]: G. Garcerá, E. Figueres, A. Abellán. *"Conversores Conmutados: Circuitos de Potencia y Control"*. SPUPV, I.S.B.N.: 84-7721-571-5.
- [9]: E. Figueres, J.M. Benavent, G. Garcerá. *"Simulación de Circuitos Electrónicos de Potencia con Pspice"*. SPUPV, I.S.B.N.: 84-7721-768-8.